

ИСТОРИЯ НАУКИ

Самарская Лука: проблемы региональной и глобальной экологии.
2021. – Т. 30. – № 3. – С. 75-77.

УДК 314.82

ЗАМЕТКА О ЗАКОНЕ РОСТА НАСЕЛЕНИЯ

Пьер-Франсуа Ферхюльст

Как хорошо известно, знаменитый Мальтус установил в качестве принципа, что человеческая популяция имеет тенденцию к росту в геометрической прогрессии, чтобы удваиваться через определенный период, например, каждые двадцать пять лет. Это утверждение неоспоримо, если пренебречь все возрастающей трудностью прокормить население, которое приобрело определенную степень агломерации; или [если оно пренебрегает] ресурсами, используемыми в своем росте, даже когда общество все еще находится в зачаточном состоянии (например, большее разделение труда, существование регулярного правительства и средств защиты, которые обеспечивают общественное спокойствие, и т. д.).

Фактически, при прочих равных условиях, если одна тысяча душ превратилась в две тысячи по истечении двадцати пяти лет, эти две тысячи станут четырьмя тысячами по прошествии того же периода времени.

В наших старых европейских обществах, где подходящие земли уже давно возделывались, все возрастающие усилия, направленные на улучшение уже обрабатываемого поля, могут добавлять к урожаю только все уменьшающиеся количества. Если допустить, что в первые двадцать пять лет можно было удвоить продукцию полей, то во втором периоде едва ли удастся заставить её производить еще треть. Таким образом, эффективный рост населения находит предел в размерах и рождаемости в стране, и, как следствие, численность населения все больше и больше становится стационарной.

В некоторых случаях это не так, что, конечно, является чисто исключительным случаем; например, когда цивилизованный народ возделывает плодородную территорию, которая до тех пор оставалась необитаемой, или когда он проявляет изобретательность, которая дает большие временные выгоды. Большая семья тогда становится источником богатства, и второму поколению легче утвердиться, чем первому, потому что ему нет

необходимости вести борьбу с препятствиями, которые дикая земля предлагала первым колонистам.

Чтобы судить о скорости роста населения в данной стране, необходимо разделить прирост населения за каждый год на численность населения, которое его обеспечило. Отношение, не зависящее от абсолютного размера популяции, можно рассматривать как *меру этой скорости*. Если она постоянна, популяция увеличивается в геометрической прогрессии; если она увеличивается, прогрессия больше, чем геометрическая, и меньше, чем геометрическая, если она уменьшается.

Можно делать различные предположения о сопротивлении или сумме проблем, препятствующих неограниченному росту населения. Г-н Кетле полагает, что оно пропорционально квадрату скорости, с которой это население растёт¹.

Рост численности населения можно сравнить со свободным падением тела с учетом сопротивления среды. Результаты этого сравнения удовлетворительным образом согласуются со статистическими данными и с теми, которые я получил по моим собственным формулам, если предположить, что в слоях среды тело проходит через неограниченно возрастающую плотность.

Рост населения неизбежно имеет предел, хотя бы в размере территории, необходимой для проживания этого населения. Когда нация съела все плоды своих полей, она может быть уверена, что закупит припасы из-за границы путем обмена другой своей продукцией, и таким образом подержит новый прирост населения. Однако очевидно, что такой импорт должен иметь ограничения и прекратится, прежде чем вся страна будет преобразована в города. Таким образом, все формулы, с помощью которых пытаются представить закон численности, должны удовлетворять условию допуска максимума, который достигается

Verhulst P.F. Notice sur la loi que la population poursuit dans son accroissement // Correspondance mathématique et physique. 1838. V. 10. P. 113-121. Перевод с французского Г.С. Розенберга.

¹ Quetelet A. Sur l'homme et le développement de ses facultés ou essai de physique sociale. Paris: Bachelier, Imprimeur-Libraire (Quai des augustins, 55), 1835. P. 277.

[<https://archive.org/details/surlhommeetled00quet/page/n345/mode/2up>].

только в бесконечно далекую эпоху. Этот максимум будет численностью населения, когда оно станет стационарным.

Я долгое время пытался определить вероятный закон роста численности; но я отказался от этого типа исследования, потому что данных наблюдений слишком мало для проверки формул таким образом, чтобы не осталось сомнений в их точности. Тем не менее, поскольку шаги, которыми я следовал, кажутся мне неизбежно ведущими к познанию истинного закона, когда данных станет достаточно, и поскольку полученные мной результаты могут представлять интерес, по крайней мере, как объект для предположений, я подумал, что должен принять приглашение г-на Кетле и довести их до сведения публики.

Пусть p обозначает численность населения и представим через dp бесконечно малое увеличение, которое она получит в течение бесконечно короткого времени dt . Если бы популяция росла в геометрической прогрессии, мы имели бы уравнение $dp/dt = mp$. Но поскольку рост населения замедляется из-за роста числа жителей сам по себе, мы должны вычесть из mp неизвестную функцию φ ; так что формула для интегрирования становится:

$$dp/dt = mp - \varphi(p).$$

Простейшая гипотеза, которую можно сделать относительно формы функции $\varphi(p)$ – предположить, что $\varphi(p) = np^2$. Затем для интеграла приведенного выше уравнения

$$t = 1/m [\ln p - \ln (m - np)] + const,$$

и трех наблюдений будет достаточно для определения двух постоянных коэффициентов m , n и произвольной $const$.

Решив последнее уравнение относительно p , получим

$$p = \{m p' \exp(mt)\} / \{n p' \exp(mt) + m - n p'\}, \quad 1$$

где p' – численность населения, которая соответствует $t = 0$. Если допустить $t = \infty$, можно увидеть, что соответствующее значение p будет равно $P = m/n$. Таким образом, это и будет верхний предел численности населения.

Вместо того, чтобы полагать $\varphi(p) = np^2$, можно взять $\varphi(p) = np^\alpha$, α как [любое число], или $\varphi(p) = n \ln p$. Все эти предположения одинаково хорошо удовлетворяют наблюдаемым данным, но дают очень разные значения для верхнего предела численности населения.

Я предполагал последовательно

$$\varphi(p) = np^2, \quad \varphi(p) = np^3, \quad \varphi(p) = np^4, \quad \varphi(p) = n \ln p;$$

и различия между расчётными значениями и данными наблюдений были более-менее одинаковыми.

Когда популяция растет быстрее, чем в геометрической прогрессии, член $-\varphi(p)$ становится $+\varphi(p)$; затем дифференциальное уравнение интегрируется, как и в предыдущих случаях, но при этом следует помнить, что максимального предела численности населения больше не может быть.

Я рассчитал табличные значения по формуле (1). Цифры по Франции, Бельгии и графству Эссекс были взяты из официальных документов. Те, что относятся к России, можно найти в работе доктора Садлера «Закон о народонаселении»², и я не могу гарантировать их достоверность, не зная, каким образом они были получены. Я мог бы расширить таблицы для Франции и Бельгии до 1837 г. с помощью справочников (ежегодников), издаваемых в этих двух странах с 1833 г., и таким образом проверить свою формулу; но мои занятия не оставили мне досуга. Моя работа была прекращена в 1833 г., и с тех пор я к ней больше не возвращался.

Попутно отмечу, что табл. 1³, относящаяся к Франции, кажется, демонстрирует, что формула особенно точна, поскольку наблюдения [для Франции] относятся к самым большим числам и были сделаны с большей тщательностью. В остальном, только будущее может открыть нам истинный способ действия тормозящей силы, которую мы обозначили как $\varphi(p)$.

² *Примечание переводчика.* Майкл Томас Садлер (Michael Thomas Sadler; 1780-1835) – британский экономист, член Лондонского королевского общества (1832). Цитируемая работа – *Sadler M.T. Law of Population.* London: John Murray, 1830. V. 1. 639 p. В этой работе Садлер выступил оппонентом Т. Мальтуса, считая, что народонаселение не растет столь быстро, в геометрической прогрессии, а меняется более медленно.

³ *Примечание переводчика.* В данном варианте перевода в целях экономии места представлены только табл. 1 и 4 (для Франции и России); с табл. 2 и 3 (для Бельгии и Германии) можно познакомиться по первоисточнику: [https://books.google.ru/books?hl=fr&id=8GsEAAAAYAAJ&jtp=113&redir_esc=y#v=onepage&q&f=false].

Таблица 1

**Рост численности населения Франции с 1817 по 1831 год
по данным ежегодника за 1834 год**

Годы	1	2	3	4
1817	29,981336 0,195902	29,981336 0,208281	0,0	7,4768
1818	30,177238 0,161948	30,189500 0,204500	+0,0004	7,4799
1819	30,339186 0,199863	30,394000 0,200500	+0,0018	7,4828
1820	30,539049 0,188227	30,594500 0,197300	+0,0018	7,4856
1821	30,727276 0,212144	30,791800 0,192700	+0,0021	7,4884
1822	30,939420 0,198634	30,984500 0,189500	+0,0014	7,4911
1823	31,138054 0,221286	31,174000 0,185223	+0,0012	7,4938
1824	31,359340 0,220546	31,359340 0,182777	0,0	7,4964
1825	31,579886 0,175974	31,542000 0,178000	-0,0012	7,4989

1826	31,755860 0,157533	31,720000 0,175000	-0,0011	7,5013
1827	31,913393 0,189071	31,895000 0,172000	-0,0005	7,5037
1828	32,102464 0,139402	32,067000 0,168000	-0,0011	7,5061
1829	32,241866 0,161074	32,235000 0,164500	-0,0002	7,5083
1830	32,402940 0,157994	32,399500 0,161434	0,0	7,5105
1831	32,560934*	32,560934	0,0	7,5127

Примечания. 1 – фактические данные (млн. чел.); 2 – расчет по формуле (1); второе число – прирост населения за год (млн. чел.); 3 – относительная ошибка; 4 – логарифм рассчитанной численности населения ($\lg p$); * – данные переписи (1 января).

Таблица 4

Численность населения России (православные)

Годы	1	2	3
1796	29,177980	0,461521	29,177980
1797	29,639501	0,461525	30,332000
1798	30,101026	0,428248	31,424000
1799	30,529274	0,432418	32,456000
1800	30,961692	0,440000	33,350000
1801	31,401692	0,453205	34,338000
1802	31,854897	0,616097	35,191000
1803	32,470994	0,475372	35,988000
1804	32,946366	0,568469	36,731000
1805	33,514835	0,542701	37,423000
1806	34,057536	0,500662	38,065000
1807	34,558198	0,468508	38,661000
1808	35,026706	0,462478	39,213000
1809	35,489184	0,466712	39,723000
1810	35,955866	0,471546	40,195000
1811	36,427442	0,369779	40,630000
1812	36,797221	0,293033	41,031000
1813	37,090254	-0,002740*	41,401000
1814	37,087514	0,389255	41,741000
1815	37,476769	0,407473	42,055000

1816	37,884242	0,637247	42,342000
1817	38,521489	0,670045	42,606000
1818	39,191534	0,556441	42,849000
1819	39,747975	0,603025	43,071000
1820	40,351000	0,662719	43,276000
1821	41,013719	0,600591	43,463000
1822	41,614310	0,562735	43,634000
1823	42,177045	0,663345	43,791000
1824	42,840390	0,713285	43,935000
1825	43,553675	0,633405	44,067000
1826	44,187080	0,450386	44,187080
1827	44,637466		

Примечания. 1 – фактические данные (млн. чел.); 2 – прирост населения за год (млн. чел.); 3 – расчет по формуле (1); * – Отечественная война 1812 г.

Примечание переводчика. Максимальная относительная ошибка – 0,122 (в 50 раз больше, чем для Франции).