

ВЫБОР КРИТЕРИЯ ОПТИМИЗАЦИИ РАСПОЛОЖЕНИЯ ТОЧКИ ПОДАЧИ РАСПЛАВА ПРИ ЛИТЬЕ ПОД ДАВЛЕНИЕМ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ КОРОТКОАРМИРОВАННЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

© 2025 В.О. Чертыковцева

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,
г. Самара, Россия

Статья поступила в редакцию 03.02.2025

В статье описан выбор критерия оптимизации расположения точки подачи расплава в форму таким образом, чтобы линия спая располагалась вдали от нагруженных мест конструкции. Задача решена с применением генетического алгоритма. Рассмотрено три целевых функции: минимизация средних напряжений на линиях спая; минимизация максимальных напряжений на линиях спая; минимизация суммы средних и максимальных напряжений на линиях спая. Проведена оценка сходимости алгоритма для каждого критерия. Также выполнена статистическая обработка данных по скорости нахождения оптимального решения в каждом случае. На основе полученных результатов выбран критерий, позволяющий сократить время расчета и получить координаты точки подачи расплава, позволяющие подавать расплав в форму, избегая образования линий спая в нагруженных областях.

Ключевые слова: короткоармированные композиционные материалы, литье под давлением, линия спая, генетический алгоритм, эквивалентные напряжения.

DOI: 10.37313/1990-5378-2025-27-1-139-146

EDN: VUFMWD

*Исследование выполнено при поддержке гранта РНФ 22-79-10309.***1. ВВЕДЕНИЕ**

С каждым днём область самолётостроения требует новых технических решений, в том числе и новых современных материалов. Так как основной задачей является снижение массы конструкций летательных аппаратов, полимерные композиционные материалы, на сегодняшний день, являются наиболее перспективными. Так, 50% веса Boeing 787 Dreamliner занимают именно композиционные материалы [1]. Среди самолетов, в которых используются композиты: Airbus A380, Airbus 350, МС-21 и другие [2]. Эти материалы нашли свое применение как для конструкций крыла, хвостового оперения, так и для конструкций фюзеляжа. Кроме того, композиционные материалы постоянно совершенствуются. За счет использования разных видов наполнителя, разных сочетаний объемного содержания включений/матрицы, можно варьировать механические характеристики [3] и достигать большей прочности при достаточно низком весе конструкции. Преимущества композиционных материалов, армированных короткими волокнами, описаны в [4]. В настоящее время из полимерных композиционных материалов можно изготавливать абсолютное большинство деталей и для беспилотных летательных аппаратов [5]. С применением композитов изготовлены: БЛА самолетного типа S100 (ООО «Беспилотные Системы» г. Ижевск); Микро-БЛА Mosquito-1 производства фирмой IAI (Израиль); БЛА «Аса-2» [6]. Наиболее широкое применение при изготовлении БПЛА нашли углепластики.

Основной технологией производства изделий из короткоармированных композитов является метод литья под давлением. Литье полимерных материалов является сложным многостадийным процессом, требующим отладки технологического режима, чтобы избежать возможных дефектов конструкции. Одним из основных часто встречающихся дефектов является образование линии спая [7]. Современные конструкции часто получаются путем топологической оптимизации и имеют сложную форму с вырезами облегчения [8]. При литье таких изделий в случае объединения потоков после обтекания препятствий неизбежно образуются линии спая. Исследования показывают, что для образцов с высокоанизотропной морфологией в линии спая предел прочности на растяжение значительно ниже, чем для образцов с изотропной морфологией [9]. Часто разрушение конструкции происходит именно в месте расположения спая. Положением линии спая можно управлять за счет компьютерного анализа литьевого процесса [10]. К литниковым системам предъявляются требования, выполнение которых обеспечивает сбалансированный процесс заполнения и позволяет до-

*Чертыковцева Владислава Олеговна, ассистент кафедры конструкции и проектирования летательных аппаратов.
E-mail: chertykovceva.vo@ssau.ru*

стичь равномерного распределения давления и температуры. Таким образом, литниковая система определяет структуру будущего изделия, а, следовательно, оказывает существенное влияние на его механические характеристики. Выбор оптимального расположения литников, то есть точки подачи расплава, позволяет контролировать положение линии спая и обеспечивать ее расположение в наименее нагруженной зоне изделия.

Актуальным вопросом является решение проблемы автоматизации проектирования литниковой системы с учетом требований жесткости и прочности изготавливаемых изделий. Есть несколько методов оптимизации расположения литниковой системы: эмпирический метод поиска по анализу общих методов оптимизации [11], метод случайного поиска, комбинированная схема оптимизации [12]. Янг [13] разработал метод оптимизации местоположения литника на основе минимизации давления заполнения формы, неравномерности заполнения и разницы температур в процессе заполнения формы. В [14] представлена концепция эквивалентной длины пути расплава и описан генетический алгоритм для поиска оптимизированного местоположения литника. Метод топологической оптимизации находит применение не только при решении задач механики деформируемого твердого тела, но и при решении задач аэромеханики и гидродинамики, в частности для проектирования оптимальной формы каналов с помощью тела переменной пористости [15].

Существующие работы описывают проектирование литниковых систем по уже имеющимся аналогам и не учитывают прочностные характеристики изделия. Поэтому целью данной статьи является выбор критерия оптимизации расположения точки подачи расплава в форму таким образом, чтобы линия спая располагалась вдали от нагруженных мест конструкции.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ

Задача автоматизации поиска точки оптимальной подачи расплава в форму при производстве изделий из короткоармированных композиционных материалов с помощью литья под давлением решается на примере аэрокосмического кронштейна. Исходная геометрия кронштейна и схема его нагружения представлена на рисунке 1.

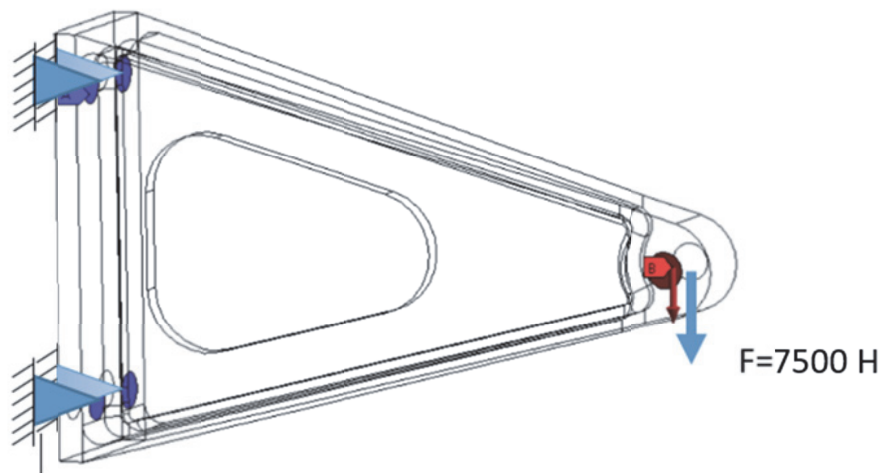


Рис. 1. Исходная геометрия и схема нагружения кронштейна

В качестве проектных переменных выбраны трехмерные координаты точки подачи расплава на поверхности детали. Поверхность детали – двумерна, поэтому пространство проектных переменных терпит разрывы. Кроме того, решение задачи проводится численными методами в конечно-элементной постановке, что определяет дискретный характер пространства. Для значений проектных переменных вне поверхности детали принимаются координаты узла гидродинамической расчетной сетки на поверхности детали, наиболее близкие к заданной точке пространства. Такой подход позволил обеспечить независимость постановки оптимизационной задачи от формы исследуемого объекта.

Решение задачи поиска оптимальной технологии литья конструкций аэрокосмического назначения из короткоармированных композиционных материалов требует междисциплинарного подхода, заключающегося в совместном использовании модели напряженно-деформированного состояния изделия и модели гидродинамики. Поле напряжений конструкции в основном зависит от схемы нагружения и геометрии изделия. Расчет выполняется в предположении, что исходный материал — изотропный. Напряжения на линии спая на элементах сетки расчетно напряженно-

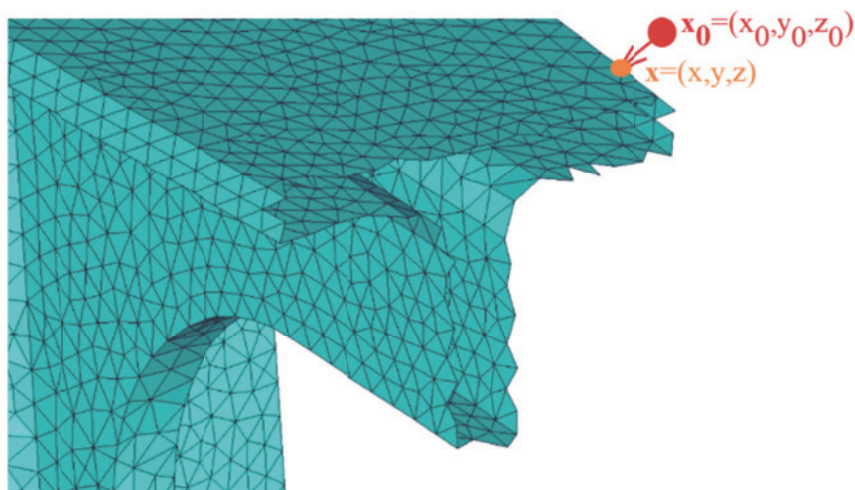


Рис. 2. Проектные переменные в пространственном случае
(x_0 – точка в области проектирования; x – точка на внешней поверхности детали)

деформированного состояния вычисляются однократно и могут быть интерполированы на сетку расчета гидродинамики литья, на которой производится вычисление целевой функции на каждой итерации оптимизации. Повышение несущей способности конструкций требует расположения линии спая в наименее нагруженных местах. Для прочностного анализа конструкций, содержащих линии спая, часто используют эквивалентные напряжения [16], поэтому основным параметром для выбора целевой функции являются максимальные эквивалентные напряжения. Однако значение максимальных напряжений во многих случаях зависит от методики расчета, в том числе от размера элементов расчетной сетки, способов усреднения результатов. Поэтому еще одним из возможных параметров для целевой функции являются средние значение эквивалентных напряжений на линии спая. Чтобы оценить какой из критериев вносит наибольший вклад в результат оптимизации, рассмотрено три задачи оптимизации с разными целевыми функциями:

- 1) минимизация средних напряжений на линиях спая;
- 2) минимизация максимальных напряжений на линиях спая;
- 3) минимизация суммы средних и максимальных напряжений на линиях спая.

С учетом выбора проектных переменных и целевой функции задачи оптимизации могут быть записаны в виде:

$$\begin{array}{ll}
 \text{минимизация} & f_1 = \sigma_{mean} \\
 \text{1) при условии} & (\mathbf{x}) \in S_{part}, \\
 \text{минимизация} & f_2 = \sigma_{max} \\
 \text{2) при условии} & (\mathbf{x}) \in S_{part}, \\
 \text{минимизация} & f_3 = 0,5(\sigma_{max} + \sigma_{mean}), \\
 \text{3) при условии} & (\mathbf{x}) \in S_{part}
 \end{array}$$

где S_{part} – внешняя поверхность изделия;

x – радиус-вектор точки входа расплава;

$\sigma_{max} = \max_{i \in N_{weld}} \{\sigma_i\}$ – максимальное значение эквивалентных напряжений по Мизесу на линиях спая;

$\sigma_{mean} = (1/N_{weld}) \sum_{i=1}^{N_{weld}} \sigma_i$ – среднее значение эквивалентных напряжений по Мизесу на линиях спая;

N_{weld} – число узлов на линии спая.

3. ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ

Реализация алгоритма оптимизации выполнена с применением модификации генетического алгоритма [17]. Алгоритм рассматривает популяцию постоянного размера через каждое поколение. Новое поколение создается на основе лучших решений, операторов мутации и скрещивания, а

также случайного засева. Рассмотрим более подробно формирование популяции. Лучшие решения представляют собой множество $P_{лучи}$, состоящее из индивидуумов, у которых достигнуты наилучшие значения целевой функции на текущей итерации оптимизации. Случайный засев составляет множество $P_{случ}$. Оператор мутации вычисляется по формуле:

$$x_{мут} = x_{лучи} + 0,5d \cdot rand(-1,1)l,$$

где d – относительный размер параллелепипеда вокруг мутирующего узла;

$l = l(x_1, \dots, l_{x_n})$ – вектор размеров границ расчетной области.

Оператор скрещивания вычисляется по формуле:

$$x_{скреци} = 0,5(x_a + x_b),$$

где x_a и x_b – координаты векторов точек подачи расплава родителей а и b.

Таким образом новое поколение состоит из объединения множеств $P_{лучи} \cup P_{случ} \cup P_{мут} \cup P_{скреци}$.
 Схема алгоритма оптимизации представлена на рисунке 3.

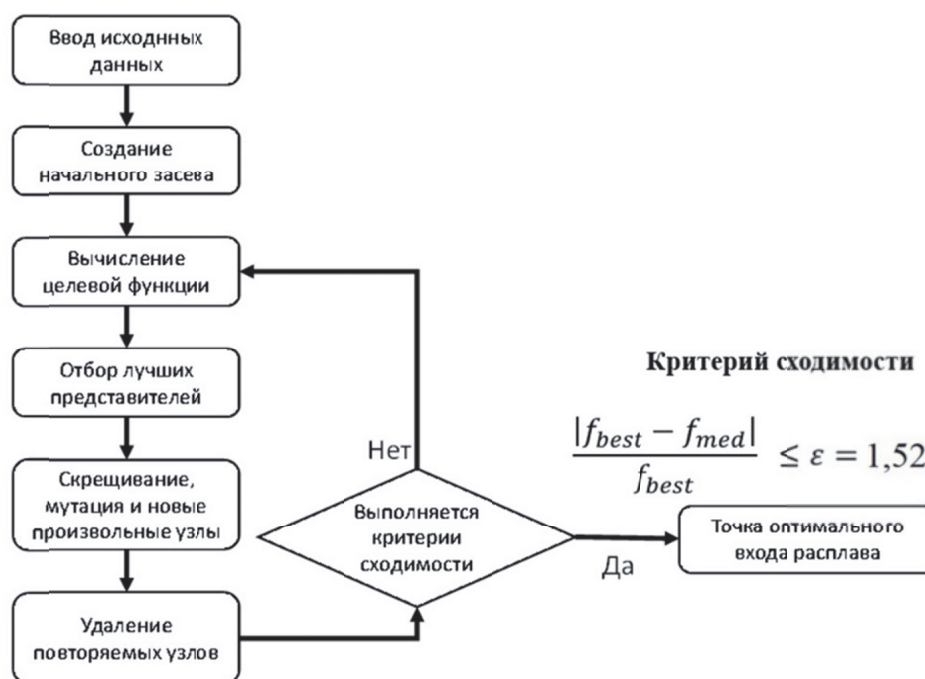


Рис. 3. Схема алгоритма оптимизации

Алгоритм оптимизации реализован в среде MATLAB [18]. Для вычисления максимальных и средних эквивалентных напряжений на линии спая используется система конечно-элементного моделирования ANSYS. Расположение линии спая на элементах конструкции определяется с помощью расчета литья изделий в программном продукте Autodesk Moldflow, который запускается в пакетном режиме, управляемым генерируемыми на Matlab Visual Basic скриптами Synergy Application Programming Interface. Обработка расчетных сеток и определение точек подачи расплава проводится в ANSYS APDL.

4. СРАВНЕНИЕ КРИТЕРИЕВ ОПТИМИЗАЦИИ

Для того, чтобы выполнить сравнение критериев оптимизации, проведен запуск алгоритма с тремя различными целевыми функциями. Размер популяции составил 30 индивидуумов. Для каждого критерия алгоритм запускался со случайными засевами 7 раз, целевая функция рассчитана более 200 раз, время расчета каждого засева составляет 24 часа. Сравнение критериев основано на сравнении результатов надежности и сходимости алгоритма в каждом из случаев. Для определения критерия остановки оптимизационной задачи рассмотрены графики минимального и медианного значения критерия по эпохам (итерациям) оптимизации (рисунок 4). После третьей-четвертой итерации оптимизации медианное значение критерия по популяции не превышает минимальное значение более, чем в 1,5 раза, при этом в дальнейшем оно не меняется. Поэтому было предложено в качестве остановки алгоритма оптимизации принять следующее условие: медианное значение $\leq 1,52$ минимального значения критерия.

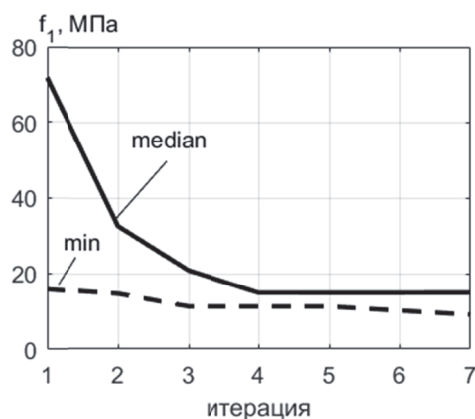


Рис. 4. График сходимости процесса оптимизации

Для оценки сходимости при различных значениях начальной популяции построены средние величины минимального и медианного значений для каждого из рассматриваемых критериев. Результаты представлены на рисунке 5. Для оценки степени изменчивости данных внутри выборки на графиках построены поля разброса, представляющие собой одно среднее квадратическое отклонение по исследованной выборке. Использование критериев оптимизации f_2 и f_3 позволяет достичь сходимости уже к 3-й итерации.

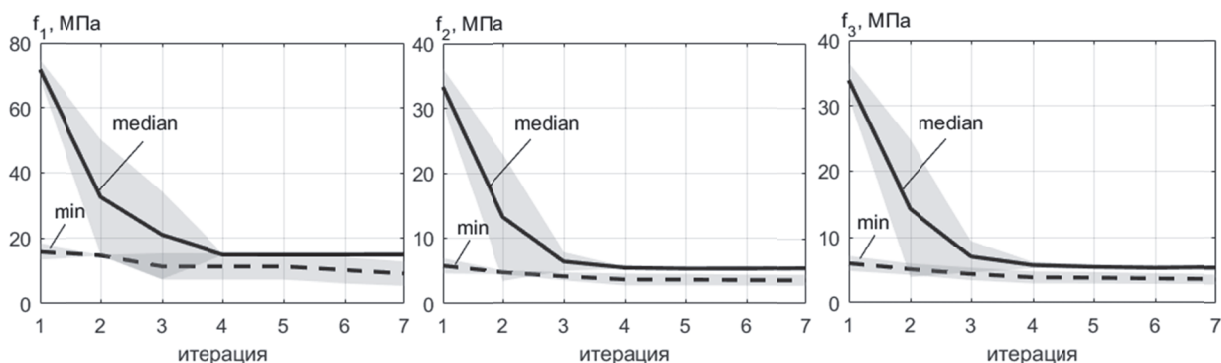


Рис. 5. График сходимости процесса оптимизации для критериев оптимизации

Для анализа скорости достижения оптимального результата алгоритмом в случае использования различных критериев оптимизации собраны данные по итерациям и номерам вызова целевой функции, показанные в таблице 1, в которой i – итерация, когда было найдено оптимальное решение, n – номер вызова целевой функции, соответствующий оптимальному решению.

Таблица 1. Скорость сходимости решения при различных критериях оптимизации

Номер засева	f_1		f_2		f_3	
	i	n	i	n	i	n
1	4	97	3	64	7	153
2	6	118	2	50	8	149
3	5	109	7	73	8	138
4	6	118	3	86	6	118
5	4	94	6	122	4	94
6	3	75	4	95	3	75
7	4	90	3	58	4	90
Mean		100		78		117
Std		16		25		31

На основе данных из таблицы 1 построена зависимость вероятности нахождения оптимального решения от количества вызовов целевой функции (рисунок 6).

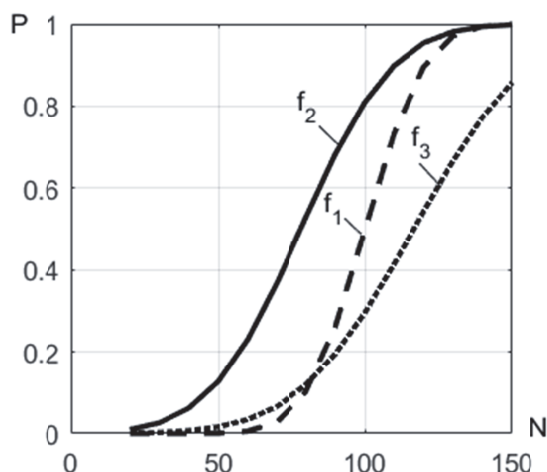


Рис. 6. Зависимость вероятности нахождения оптимального решения (P) от количества вызовов целевой функции (N)

Из рисунка 6 видно, что при 100 вызовах целевой функции при использовании критерия оптимизации f_2 достигается вероятность нахождения оптимального решения $P = 0,8$, что выше в 1,6 раза по сравнению с критерием f_1 и в 2,6 раза по сравнению с критерием f_3 . При этом для нахождения оптимального решения в любом из критериев достаточно 150 вызовов целевой функции.

На основе полученных результатов сделан вывод о целесообразности выбора критерия минимизации максимальных напряжений на линиях спая (f_2), так как в этом случае алгоритм сходится к оптимальному решению за меньшее количество вызовов целевой функции и позволяет сократить время решения оптимизационной задачи.

5. ВЫВОДЫ

В статье описан выбор критерия оптимизации расположения точки подачи расплава при литье под давлением конструкций из короткоармированных композиционных материалов. Рассмотрено три критерия оптимизации, подходящих для решения рассматриваемой задачи: минимизация средних напряжений на линиях спая (f_1); минимизация максимальных напряжений на линиях спая (f_2); минимизация суммы средних и максимальных напряжений на линиях спая (f_3). В системе MATLAB реализован алгоритм оптимизации с применением модификации генетического алгоритма. Сравнение критериев выполнено на основе статистического анализа. Также проведена оценка сходимости алгоритма в случае применения каждого из критериев оптимизации. Показано, что наиболее предпочтительным критерием оптимизации для решения задачи расположения точки подачи расплава при литье под давлением конструкций из короткоармированных композиционных материалов является критерий минимизации максимальных напряжений на линиях спая. Использование данного критерия позволяет достичь хорошей сходимости алгоритма, а также существенно сократить время вычислений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Labidi A. Boeing 787 Dreamliner Represents Composites Revolution. 2020.
2. Савин, С.П. Применение современных полимерных композиционных материалов в конструкции планера самолетов семейства МС-21 / С.П. Савин // Известия Самарского научного центра РАН. – 2012. – № 4(2). – С. 686-693.
3. Комаров, В.А. Исследование механических характеристик короткоармированных композиционных материалов / В.А. Комаров, Е.И. Куркин, О.Е. Лукьянов, В.О. Садыкова, Р.В. Чарквиани // Известия Самарского научного центра РАН. – 2016. – Т. 18. – № 4. – Ч. 6. – С. 1071-1076.
4. Fu, S.-Y. Tensile properties of short-glass-fiber and short-carbon-fiber-reinforced polypropylene composites / S.-Y. Fu, B. Lauke, E. Mäder, Ch. Yue, Xiao (Matthew) Hu // Compos Part A, – 2000. – Pp. 1117-1125.
5. Путилина, П.М. Полимерные композиционные материалы на основе углеродных и стеклянных волокон для изготовления деталей беспилотных летательных аппаратов и перспективы их развития / П.М. Путилина, К.Е. Куцевич, А.Ю. Исаев // Научно-технический журнал «ТРУДЫ ВИАМ». – 2023. – № 8.
6. Подтелкина, О.А. Применение композиционных материалов при конструировании беспилотных летатель-

- ных аппаратов / О.А. Подтелкина // Современные научные исследования и инновации. – 2018. – № 11.
7. Барвинский И.А. Проблемы литья под давлением изделий из ПМ: спай / И.А. Барвинский, И.Е. Барвинская // Полимерные материалы. – 2009. – № 7. – С. 25-33.
 8. Куркин, Е.И. Топологическая оптимизация конструкций из короткоармированных композитов с учетом анизотропии материала, определяемой расчетом их литья под давлением / Е.И. Куркин, Е.А. Кишов, О.Е. Лукьянов, О.У. Эспиноса Барсенас // Известия Самарского научного центра РАН. – 2020. – Т. 22. – № 5. – С. 114-119
 9. Lu, C. Weld line morphology and strength of polystyrene/polyamide-6/poly(styrene-co-maleic anhydride) blends / C.Lu, S.Guo, L.Wen, J.Wang // European Polymer Journal. – 2004. – V. 40, – Is. 11. – P. 2565-2572.
 10. Барвинский, И.А. Компьютерный анализ литья: Подходы и модели / И.А. Барвинский, И.Е. Барвинская // Пластикс. – 2009. – № 3. – С. 50-54.
 11. Lee, B.H. Automated design for the runner system of injection molds based on packing simulation / B. H. Lee, B. H. Kim // Polym. Plast. Technol. Eng. – 1996. – 35(1). – Pp. 147-168.
 12. Pandelidis, I. Optimization of injection molding design. Part I: Gate location optimization / I. Pandelidis, Q. Zhou // Polym. Eng. Sci. – 1990. – 30(15). – Pp. 873-882.
 13. Young, W.B. Gate location optimization in liquid composite molding using genetic algorithm / W.B. Young // J Compos Mater. – 1994. – 12(28). – Pp. 1098-1113.
 14. Shen, Ch.-Y. Gate location optimization in injection molding by using modified hill-climbing algorithm / Chang-Yu Shen, Xiao-Rong Yu, Qian Li Polym // Eng. – 2004. – 43(3). – Pp. 649-659.
 15. Dilgen, C.B. Topology optimization of turbulent flows / C.B. Dilgen, S.B. Dilgen, D.R. Fuhrman, O. Sigmund // Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. – 2018. – V. 331. – Pp. 363-393.
 16. Swapnil, P. Design And Structural Analysis Of Heavy Duty Industrial Blower Casing Using FEA / P. Swapnil, D. Swapnil, P. Sanket, A. Ghanshyamp, M. Mayur // 2018. 4. Pp. 70-80.
 17. Kurkin, E. Gate Location Optimization of Injection Molded Aerospace Brackets Using Metaheuristic Algorithms / E. Kurkin, E. Kishov, O.U. Barcenas, V. Chertykovtseva // 2021 International Scientific and Technical Engine Conference (EC), 1-6.
 18. Куркин Е.И., Кишов Е.А., Чертыковцева В.О., Эспиноса Барсенас О.У. Программа GateOptWeld3D оптимизации расположения точек входа расплава при литье пространственных конструкций. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2022611006.

SELECTION OF CRITERIA FOR OPTIMIZING THE LOCATION OF THE MELT FEED POINT AT INJECTION MOLDING OF STRUCTURES MADE OF SHORT-REINFORCED COMPOSITE MATERIALS

© 2025 V.O. Chertykovtseva

Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov, Samara, Russia

This paper describes the selection of the optimization criterion for the location of the melt feed point in the mold so that the weld line is located away from the stressed parts of the structure. The problem is solved using a genetic algorithm. Three target functions were considered: the minimization of the average stresses on the weld lines; minimization of the maximum stresses on the weld lines; and minimization of the sum of the average and maximum stresses on the weld lines. The convergence of the algorithm for each criterion is evaluated. Statistical processing of data on the speed of finding the optimal solution in each case is also performed. On the basis of the results obtained, a criterion is selected that allows reducing the calculation time and obtaining the coordinates of the melt feeding point, which allows feeding the melt into the mold, avoiding the formation of weld lines in the loaded areas.

Keywords: Short reinforced composites, injection molding, weld line, genetic algorithm, equivalent stresses.

DOI: 10.37313/1990-5378-2025-27-1-139-146

EDN: VUFMWD

REFERENCES

1. Labidi A. Boeing 787 Dreamliner Represents Composites Revolution. 2020.
2. Savin, S.P. Primenenie sovremennykh polimernykh kompozitsionnykh materialov v konstrukcii planera samoletov semejstva MS-21 / S.P. Savin // Izvestiya Samarskogo nauchnogo centra RAN. – 2012. – № 4(2). – S. 686-693.
3. Komarov, V.A. Issledovanie mekhanicheskikh harakteristik korotkoarmirovannykh kompozitsionnykh materialov / V.A. Komarov, E.I. Kurkin, O.E. Luk'yanov, V.O. Sadykova, R.V. Charkviani // Izvestiya Samarskogo nauchnogo centra RAN. – 2016. – Т. 18. – № 4. – Ch. 6. – S. 1071-1076.
4. Fu, S.-Y. Tensile properties of short-glass-fiber and short-carbon-fiber-reinforced polypropylene composites / S.-Y. Fu, B. Lauke, E. Mäder, Ch. Yue, Xiao (Matthew) Hu // Compos Part A, – 2000. – Pp. 1117-1125.
5. Putilina, P.M. Polimernye kompozitsionnye materialy na osnove uglerodnykh i steklyannykh volokon dlya izgotovleniya detalej bespilotnykh letatel'nykh apparatov i perspektivy ih razvitiya / P.M. Putilina, K.E. Kucevich, A.Yu. Isaev // Nauchno-tekhnicheskij zhurnal «TRUDY VIAM». – 2023. – № 8.

6. *Podtelkina, O.A.* Primenenie kompozicionnyh materialov pri konstruirovanii bespilotnyh letatel'nyh apparatov / O.A. Podtelkina // *Sovremennye nauchnye issledovaniya i innovacii*. – 2018. – № 11.
7. *Barvinskij, I.A.* Problemy lit'ya pod davleniem izdelij iz PM: spai / I.A. Barvinskij, I.E. Barvinskaya // *Polimernye materialy*. – 2009. – № 7. – S. 25-33.
8. *Kurkin, E.I.* Topologicheskaya optimizaciya konstrukcij iz korotkoarmirovannyh kompozitov s uchetom anizotropii materiala, opredelyaemoj raschetom ih lit'ya pod davleniem / E.I. Kurkin, E.A. Kishov, O.E. Luk'yanov, O.U. Espinosa Barsenas // *Izvestiya Samarskogo nauchnogo centra RAN*. – 2020. – T. 22. – № 5. – S. 114-119
9. *Lu, S.* Weld line morphology and strength of polystyrene/polyamide-6/poly(styrene-co-maleic anhydride) blends / C.Lu, S.Guo, L.Wen, J.Wang // *European Polymer Journal*. – 2004. – V. 40, – Is. 11. – P. 2565-2572.
10. *Barvinskij, I.A.* Komp'yuternyj analiz lit'ya: Podhody i modeli / I.A. Barvinskij, I.E. Barvinskaya // *Plastiks*. – 2009. – № 3. – S. 50-54.
11. *Lee, B.H.* Automated design for the runner system of injection molds based on packing simulation / B. H. Lee, B. H. Kim // *Polym. Plast. Technol. Eng.* – 1996. – 35(1). – Pp. 147-168.
12. *Pandelidis, I.* Optimization of injection molding design. Part I: Gate location optimization / I. Pandelidis, Q. Zhou // *Polym. Eng. Sci.* – 1990. – 30(15). – Pp. 873-882.
13. *Young, W.B.* Gate location optimization in liquid composite molding using genetic algorithm / W.B. Young // *J Compos Mater.* – 1994. – 12(28). – Pp. 1098-1113.
14. *Shen, Ch.-Y.* Gate location optimization in injection molding by using modified hill-climbing algorithm / Chang-Yu Shen, Xiao-Rong Yu, Qian Li Polym // *Eng.* – 2004. – 43(3). – Pp. 649-659.
15. *Dilgen, C.B.* Topology optimization of turbulent flows / C.B. Dilgen, S.B. Dilgen, D.R. Fuhrman, O. Sigmund // *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* – 2018. – V. 331. – Pp. 363-393.
16. *Swapnil, P.* Design And Structural Analysis Of Heavy Duty Industrial Blower Casing Using FEA / P. Swapnil, D. Swapnil, P. Sanket, A. Ghanshyamp, M. Mayur // 2018. 4. Pp. 70-80.
17. *Kurkin, E.* Gate Location Optimization of Injection Molded Aerospace Brackets Using Metaheuristic Algorithms / E. Kurkin, E. Kishov, O.U. Barcenos, V. Chertykovtseva // 2021 International Scientific and Technical Engine Conference (EC), 1-6.
18. *Kurkin E.I., Kishov E.A., Chertykovceva V.O.* Espinosa Barsenas O.U. Programma GateOptWeld3D optimizacii raspolozheniya toчек vhoda rasplava pri lit'e prostranstvennyh konstrukcij. Svidetel'stvo o gosudarstvennoj registracii programmy dlya EVM № 2022611006.