

ВЛИЯНИЕ ДЕФОРМАЦИИ ВНЕШНЕГО КОНТУРА ТОЛСТОСТЕННОЙ ТРУБЫ НА ПРИМЕРЕ ДВУХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ УСТАНОВИВШЕЙСЯ ПОЛЗУЧЕСТИ

© 2024 А.Д. Москалик, М.Ю. Александрова

Самарский государственный технический университет, г. Самара, Россия

Статья поступила в редакцию 26.06.2024

В данной работе проведено сравнение решений методом возмущений до второго приближения включительно двух нелинейных задач установившейся ползучести толстостенной трубы, находящейся под действием внутреннего давления. Рассмотрены два вида возмущений внешней границы трубы: в виде несоосности наружного и внутреннего диаметров, а также в виде эллиптической формы. Используя два материала с разными свойствами нелинейности на модельном примере трубы показано, что свойства нелинейности материала не оказывают существенного влияния на рост напряжений, однако, форма изменения наружного профиля трубы влияет на величину напряжений в опасном сечении трубы более существенно. Проведен анализ величины малого параметра, соответствующий допускаемым отклонениям по ГОСТ на разностенность и соответствующий рост напряжений.

Ключевые слова: метод малого параметра, установившаяся ползучесть, эллиптический контур трубы, несоосная труба, второе приближение, разностенность труб.

DOI: 10.37313/1990-5378-2024-26-4(2)-251-255

EDN: IFJKHA

Проблема допускаемых отклонений геометрических размеров толстостенных труб приводит к существенному искажению полей деформаций и напряжений по отношению к идеальной соосной трубе. Одним из часто используемых способов решения нелинейных задач реологического деформирования является метод малого параметра (метод возмущений). Для случая упругопластического деформирования материала данный метод подробно изложен в монографии [1] и применяется для решения упругопластических задач с геометрически возмущенными границами в виде эксцентричной трубы, эллиптических форм отверстий и т.д. в работах [2-5] и многих других авторов. Подавляющее число работ по решению краевых задач с возмущенными границами ограничены решениями в первом приближении. Решения задач с учетом второго приближения единичны, особенно в условиях ползучести материала.

Данное исследование базируется на работах [6, 7], в которых приведены приближенные аналитические решения задач установившейся ползучести для несоосной трубы и трубы с эллиптическим внешним контуром соответственно, находящихся под давлением q в условиях плоского деформированного состояния и предположения малости упругих деформаций по

Москалик Анна Давидовна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Механика».

E-mail: mech_kaf@samgtu.ru

Александрова Маргарита Юрьевна, кандидат технических наук, доцент кафедры механики.

E-mail: kris-maks@mail.ru

сравнению с деформациями ползучести. В данной работе оценивается влияние вида изменения наружного профиля трубы на напряженно-деформированное состояние материала трубы с учетом второго приближения метода малого параметра. Проведена оценка полученных решений с точки зрения допустимых изменений профиля трубы в соответствии с ГОСТ.

Для сравнения выбраны решения для двух труб, находящихся под внутренним давлением q : первая – несоосная труба, для которой малым параметром $\tilde{\delta}$ является безразмерная величина: $\tilde{\delta} = (b - a)/a$, где a и b – внутренний и внешний радиусы трубы соответственно (рис. 1а); вторая – труба с эллиптическим внешним контуром, где в качестве малого параметра используется величина сжатия эллипса: $\tilde{\delta} = (a - b)/a$, где a, b – большая и малая полуоси внешнего контура эллипса (рис. 1б). Смещение центра внешнего контура трубы относительно центра внутреннего контура – $\delta = \tilde{\delta} \cdot a$ (мм).

При решении данных задач методом возмущений тензор напряжений σ_{ij} , тензор скоростей деформаций ползучести $\dot{\epsilon}_{ij}$ и вектор скоростей перемещений \dot{u}_i разложены в ряд по малому параметру $\tilde{\delta}$ с учетом членов второго порядка включительно

$$y_{ij} = y_{ij}^{(0)} + \tilde{\delta} y_{ij}^{(1)} + \tilde{\delta}^2 y_{ij}^{(2)} + O(\tilde{\delta}^3),$$

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^{(0)} + \tilde{\delta} \dot{\epsilon}_{ij}^{(1)} + \tilde{\delta}^2 \dot{\epsilon}_{ij}^{(2)} + O(\tilde{\delta}^3), \quad (1)$$

$$\dot{u}_i = \dot{u}_i^{(0)} + \tilde{\delta} \dot{u}_i^{(1)} + \tilde{\delta}^2 \dot{u}_i^{(2)} + O(\tilde{\delta}^3),$$

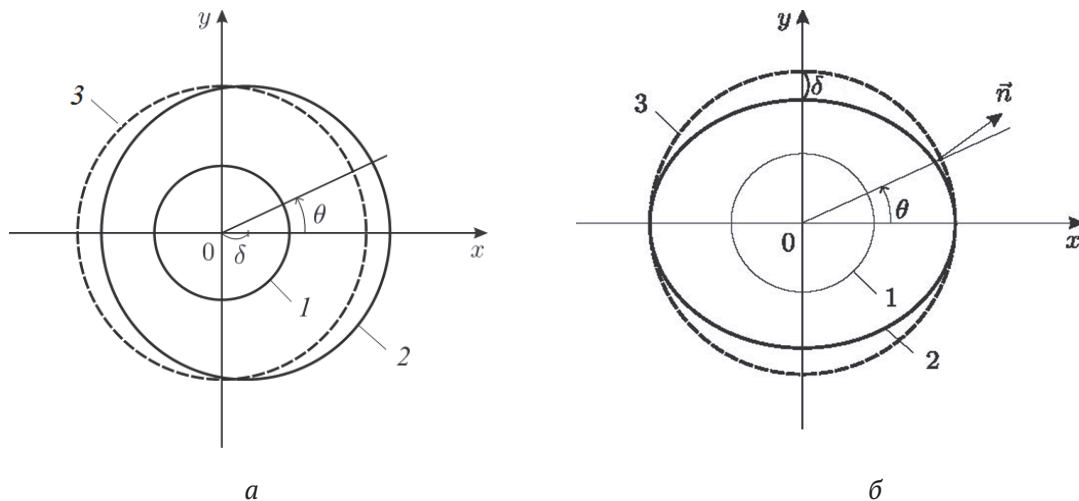


Рис. 1. Схема трубы с возмущенной внешней границей:

- а – несоосная труба; б – труба с эллиптическим внешним контуром;
- 1 – внутренний контур трубы; 2 – наружный контур трубы;
- 3 – наружный контур трубы для осесимметричного случая

где 0, 1, 2 – значения индекса k , который указывает порядок приближения: нулевой, первый и второй соответственно.

Решения для указанных видов возмущения внешнего контура трубы выполнены в предположении реализации плоского деформированного состояния

$$\dot{\epsilon}_{zz}^{(k)} = 0.$$

Предполагается несжимаемость материала для скоростей деформаций ползучести в каждом приближении

$$\dot{\epsilon}_{rr}^{(k)} + \dot{\epsilon}_{uu}^{(k)} = 0. \quad (2)$$

Используются определяющие соотношения теории установившейся ползучести

$$e_{ij} = \frac{3}{2} A y_{\epsilon}^{n-1} S_{ij}, \quad (3)$$

где n, A – постоянные характеристики материала, $S_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij}$ – девиатор напряжений, y_{ϵ} – интенсивность напряжений при плоском деформированном состоянии

$$\sigma_{\epsilon} = \frac{\sqrt{3}}{2} [(y_{rr} - y_{uu})^2 + 4y_{ru}^2]^{1/2}.$$

При решении указанных двух задач используются уравнения равновесия

$$\frac{\partial y_{rr}^{(k)}}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial y_{ru}^{(k)}}{\partial u} - \frac{y_{rr}^{(k)} - y_{uu}^{(k)}}{r}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial y_{uu}^{(k)}}{\partial u} = -r \frac{\partial y_{ru}^{(k)}}{\partial r} - 2y_{ru}^{(k)}.$$

В решении используются соотношения Коши

$$\dot{\epsilon}_{rr}^{(k)} = \frac{\partial \dot{u}_r^{(k)}}{\partial r},$$

$$\dot{\epsilon}_{\theta\theta}^{(k)} = \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{u}_{\theta}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\dot{u}_r^{(k)}}{r}, \quad (5)$$

$$\dot{\epsilon}_{r\theta}^{(k)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \dot{u}_r^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \dot{u}_{\theta}^{(k)}}{\partial r} - \frac{\dot{u}_{\theta}^{(k)}}{r} \right).$$

Предполагается, что упругие деформации малы по сравнению с деформациями ползучести и ими можно пренебречь. С физической точки зрения это означает, что рассматриваются установившиеся поля скоростей деформаций ползучести и напряжений.

В табл. 1 приведены разложения внешнего возмущенного контура трубы для двух нелинейных краевых задач до второго приближения включительно.

Данные задачи имеют одинаковые граничные условия на внутреннем, невозмущенном контуре трубы для всех приближений, после нулевого

$$\sigma_{rr}^{(k)} = 0, \quad \sigma_{r\theta}^{(k)} = 0. \quad (6)$$

Соотношения (3-5) вместе с граничными условиями, указанными в табл. 1 для каждого вида возмущения, а также условия (6) образуют краевую задачу, которая решается в напряжениях для каждого вида возмущения внешней границы.

Анализ результатов решений обеих задач проведен на модельном примере трубы с внутренним радиусом 115 мм, внешним радиусом 150 мм, находящейся под действием внутреннего давления $q = 22,07$ МПа, из двух материалов: углеродистая сталь и жаропрочный сплав ЭИ698. Характеристики нелинейности материалов приведены в табл. 2.

На внешнем, возмущенном контуре трубы находятся точки, в которых тангенциальные на-

Таблица 1. Разложение внешнего возмущенного контура труб с учетом малого параметра $\tilde{\delta}$ в полярных координатах

Несоосная труба	Труба с эллиптическим внешним контуром
Уравнение внешнего контура трубы	
$(r \cos \theta - \tilde{\delta} \cdot a)^2 + r^2 \sin^2 \theta = b^2$	$r = h/\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \theta} =$ $= a(1 - \tilde{\delta})/\sqrt{1 + (\tilde{\delta}^2 - 2\tilde{\delta}) \cos^2 \theta},$ где h – внутренний радиус трубы, e – эксцентриситет эллипса, полюсом является центр эллипса
Разложение уравнения наружного контура трубы в степенной ряд, с учетом второго приближения	
$r = b + \tilde{\delta} a \cos \theta + \tilde{\delta}^2 \frac{a^2}{4b} (\cos 2\theta - 1)$	$r = a + \tilde{\delta} \frac{a}{2} (\cos 2\theta - 1) + \tilde{\delta}^2 \frac{3a}{16} (\cos 4\theta - 1)$

Таблица 2. Характеристики нелинейности материалов

углеродистая сталь	$n = 3,03$	$A = 9,04 \cdot 10^{-9} \text{ МПа}^{-n} \text{ ч}^{-1};$
жаропрочный сплав ЭИ698	$n = 10,96$	$A = 4,57 \cdot 10^{-33} \text{ МПа}^{-n} \text{ ч}^{-1}.$

пряжения возрастают максимально: для несоосной трубы – при $\theta = \pi$, где $\tilde{r} = r/a$ для несоосной трубы, и при $\theta = \pi/2$, где $\tilde{r} = r/h$ для трубы с эллиптическим внешним контуром.

В табл. 3 приведены значения тангенциальных напряжений $\sigma_{\theta\theta}^{**} = \sigma_{\theta\theta}^{(0-2)} / \sigma_{\theta\theta}^{(0)}$ при учете второго приближения на внешней границе при $\theta = \pi$ для несоосной трубы и при $\theta = \pi/2$ для эллиптической трубы в точках, где тангенциальные напряжения принимают максимальные значения.

При толщине модельной трубы $\eta=150-115=35$ мм изменение толщины трубы на 9 мм для несоосной трубы соответствует значению параметра $\tilde{\delta} = 0,078 \approx 0,08$; для случая эллиптического внешнего контура трубы вели-

чина 9 мм соответствует значению параметра $\tilde{\delta} = 0,06$. В табл. 2 показано, что тангенциальное напряжение с учетом второго порядка приближения $\sigma_{\theta\theta}^{**}$ включительно в самом узком, т.е. самом опасном сечении трубы для несоосной трубы из углеродистой стали возрастает в 1,39 раза при изменении толщины на 12 мм и в 1,40 раза для трубы из жаропрочного сплава ЭИ698. Для случая эллиптического контура трубы тангенциальное напряжение возрастает в 1,45 раза для трубы из малоуглеродистой стали и в 1,44 раза для трубы из жаропрочного сплава ЭИ698. По значениям табл. 3 построены зависимости тангенциальных напряжений $\sigma_{\theta\theta}^{**}$ на внешней границе труб от величины малого параметра $\tilde{\delta}$ (рис. 2).

Таблица 3. Значения тангенциальных напряжений $\sigma_{\theta\theta}^{**}$ на внешней границе труб с учетом второго порядка приближения

$\tilde{\delta}$	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08
Углеродистая сталь									
Несоосная труба (при $\theta = \pi$)	1,00	1,04	1,09	1,14	1,18	1,23	1,29	1,34	1,39
Эллиптическая труба (при $\theta = \pi/2$)	1,0	1,07	1,13	1,21	1,29	1,37	1,45	1,54	1,63
Жаропрочный сплав ЭИ698									
Несоосная труба (при $\theta = \pi$)	1,00	1,04	1,09	1,14	1,19	1,24	1,29	1,35	1,40
Эллиптическая труба (при $\theta = \pi/2$)	1,0	1,06	1,13	1,20	1,27	1,35	1,44	1,50	1,56

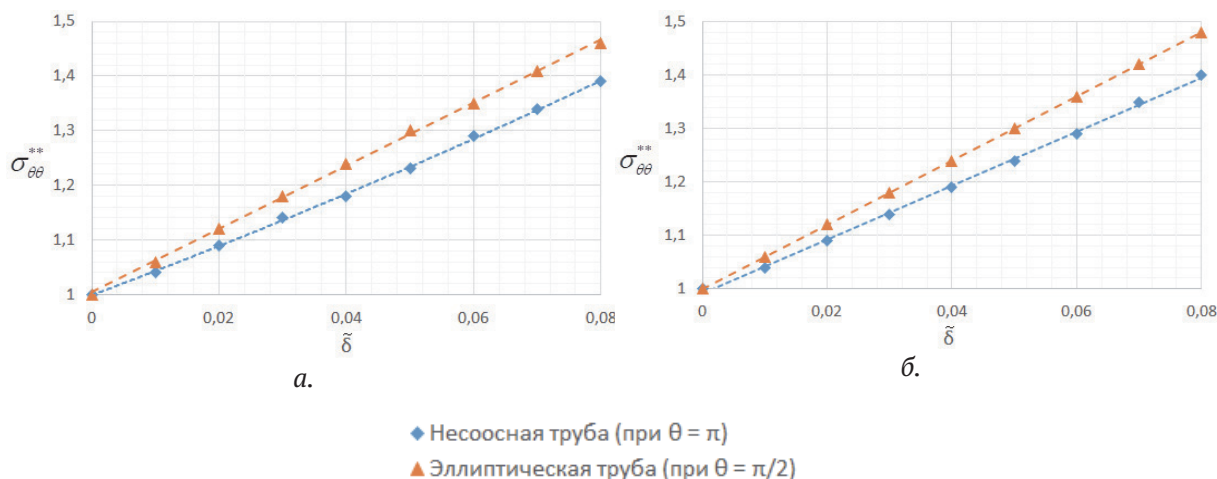


Рис. 2. Зависимость тангенциальных напряжений $\sigma_{\theta\theta}^{**}$ на наружной границе труб с учетом второго приближения от величины малого параметра $\tilde{\delta}$: а – углеродистая сталь; б – жаропрочный сплав ЭИ698

Анализ данных приведенных в табл. 3 и зависимостей $\sigma_{\theta\theta}^{**}(\tilde{\delta})$ (рис. 2) показывает, что помимо изменения показателей нелинейности материала, на напряженно-деформированное состояние трубы оказывает влияние изменение формы ее внешнего контура, причем влияние изменения формы внешнего контура трубы более существенное. Следовательно, при определении степени деформированности труб в процессе эксплуатации необходимо учитывать форму изменения внешнего контура трубы: по эллиптическому типу или по типу несоосной трубы.

Рассмотрим на примере модельной трубы величину отклонения толщины стенки λ толсто-стенных труб от начальной

$$\lambda = \frac{\delta}{3} \cdot 100\% = \tilde{\delta} \cdot \frac{\alpha}{3} \cdot 100\%,$$

где η – начальная толщина стенки трубы.

В табл. 4 представлены абсолютные δ и соответствующие им относительные λ изменения толщины стенки трубы в самом тонком сечении для модельной трубы с внутренним радиусом 115 мм и внешним радиусом 150 мм.

В соответствии с ГОСТ ISO 9329-4-2013 [8] предельно допустимым является относительное изменение толщины трубы 15%, что для модельной трубы составляет примерно 5,3 мм. Это абсолютное значение соответствует величине малого параметра $\tilde{\delta} = 4,6\%$ для несоосной трубы

и $\tilde{\delta} = 3,5\%$ для трубы с эллиптическим внешним контуром. Можно сделать вывод, что для практического использования приближенного аналитического решения можно ограничиться величиной малого параметра $\tilde{\delta} = 5\%$.

Анализ полученных результатов показывает, что величина касательных напряжений при изменении наружного контура трубы по эллиптическому типу растет примерно на 20% быстрее, чем при изменении наружного контура трубы несоосной трубы. Следует полагать, что изменение наружного контура по трубы по эллиптическому типу более опасно, поэтому необходимо не только измерять толщину узкого места сечения трубы, но и проводить сравнение толщины стенки при изменении угла измерений на $\pi/2$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ивлев, Д.Д.* Метод возмущений в теории упруго-пластического тела / Д.Д. Ивлев, Л.В. Ершов. – М.: Наука, 1978. – 208 с.
2. *Ковалев, А.В.* О нахождении поля напряжений в эксцентричной трубе, подверженной действию внутреннего давления / А.В. Ковалев, А.Н. Спорыхин // Вестник факультета прикладной математики и механики. Воронежский гос. ун-т. – 1997. – № 1. – С. 85-90.
3. *Кульпина, Т.А.* Анизотропная эксцентричная труба с учетом сжимаемости материала / Т.А. Кульпина // Вестник ЧГПУ им. И. Я. Яковлева. Серия: Естественные и технические науки. – 2010. – № 1(65). – С. 46-51.

Таблица 4. Абсолютные δ и относительные λ изменения толщины стенки модельной трубы с внутренним радиусом 115 мм и внешним радиусом 150 мм

δ , мм	1	2	3	4	5	6	7	8	9
λ , %	2,8	5,7	8,6	11,4	14,2	17,1	20,0	22,9	25,7

4. *Матвеев, С.В.* Равномерное растяжение многослойной тонкой анизотропной пластины с эллиптическим отверстием, при условии сопротивления отрыву / С.В. Матвеев, А.Н. Матвеева, С.В. Тихонов // Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Сер.: Механика предельного состояния. – 2019. – № 1(39). – С. 94-101.
5. *Миронов, Б.Г.* Об определении упругопластического состояния плоскости их анизотропного материала с эллиптическим отверстием / Б.Г. Миронов, А.В. Никитин // Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. – 2021. – № 4(50). – С. 10-15.
6. *Москалик, А.Д.* Применение метода возмущений к задаче о несоосной трубе в условиях установившейся ползучести / А.Д. Москалик // Вестник Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. – 2013. – № 4(33). – С.76-85.
7. *Москалик, А.Д.* Приближенное аналитическое решение задачи для трубы с эллиптическим внешним контуром в условиях установившейся ползучести / А.Д. Москалик // Вестник Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. – 2014. – № 4(37). – С. 65-84.
8. ГОСТ ISO 9329-4-2013. Трубы стальные бесшовные для работы под давлением. Технические условия. Часть 4. Аустенитные коррозионно-стойкие стали. – М.: Стандартиформ. 2014. – 32 с.

THE EFFECT OF DEFORMATION OF THE OUTER CONTOUR OF A THICK-WALLED TUBE ON THE EXAMPLE OF TWO PROBLEMS OF STEADY-STATE CREEP THEORY

© 2024 A.D. Moskalik, M.Yu. Alexandrova

Samara State Technical University, Samara, Russia

In this article the comparison of solutions by the perturbation method up to and including the second approximation of two nonlinear steady-state creep problems of a thick-walled tube under the action of internal pressure is carried out. Two types of disturbances of the tube's outer boundary are considered: in the form of inconsistency of the outer and inner diameters, and as an elliptical shape. Using two materials with different nonlinearity properties, the model tube example shows that the non-linearity properties of the material have no significant influence on the growth of stresses, However, the shape of the change in the external profile of the tube affects the stress in the dangerous section of the tube more significantly. The analysis of the small parameter value, corresponding to the allowed deviations in the standard (GOST) for differences and corresponding growth of stresses, has been conducted.

Key words: small parameter method, steady-state creep, elliptical tube contour, misaligned tube, second approximation, tube thickness difference.

DOI: 10.37313/1990-5378-2024-26-4(2)-251-255

EDN: IFJKHA

REFERENCES

1. *Ivlev, D.D.* Metod vozmushchenij v teorii uprugoplasticheskogo tela / D.D. Ivlev, L.V. Ershov. – М.: Nauka, 1978. – 208 s.
2. *Kovalev, A.V.* O nahozhdenii polya napryazhenij v ekscentrichnoj trube, podverzhennoj dejstviyu vnutrennego davleniya / A.V. Kovalev, A.N. Sporyhin // Vestnik fakul'teta prikladnoj matematiki i mekhaniki. Voronezhskij gos. un-t. – 1997. – № 1. – С. 85-90.
3. *Kul'pina, T.A.* Anizotropnaya ekscentrichnaya truba s uchedom szhimaemosti materiala / T.A. Kul'pina // Vestnik CHGPU im. I. Ya. Yakovleva. Seriya: Estestvennye i tekhnicheskie nauki. – 2010. – № 1(65). – С. 46-51.
4. *Matveev, S.V.* Ravnornomnoe rastyazhenie mnogoslojnoj tonkoj anizotropnoj plastiny s ellipticheskim otverstiem, pri uslovii soprotivleniya otryvu / S.V. Matveev, A.N. Matveeva, S.V. Tihonov // Vestnik CHGPU im. I.Ya. Yakovleva. Ser.: Mekhanika predel'nogo sostoyaniya. – 2019. – № 1(39). – С. 94-101.
5. *Mironov, B.G.* Ob opredelenii uprugoplasticheskogo sostoyaniya ploskosti ih anizotropnogo materiala s ellipticheskim otverstiem / B.G. Mironov, A.V. Nikitin // Vestnik CHGPU im. I.YA. Yakovleva. Seriya: Mekhanika predel'nogo sostoyaniya. – 2021. – № 4(50). – С. 10-15.
6. *Moskalik, A.D.* Primenenie metoda vozmushchenij k zadache o nesoosnoj trube v usloviyah ustanovivshejsya polzuchesti / A.D. Moskalik // Vestnik Sam. gos. tekhn. un-ta. Ser.: Fiz.-mat. nauki. – 2013. – № 4(33). – С.76-85.
7. *Moskalik, A.D.* Priblizhennoe analiticheskoe reshenie zadachi dlya truby s ellipticheskim vneshnim konturom v usloviyah ustanovivshejsya polzuchesti / A.D. Moskalik // Vestnik Sam. gos. tekhn. un-ta. Ser.: Fiz.-mat. nauki. – 2014. – № 4(37). – С. 65-84.
8. ГОСТ ISO 9329-4-2013. Трубы стальные бесшовные для работы под давлением. Технические условия. Часть 4. Аустенитные коррозионно-стойкие стали. – М.: Стандартиформ. 2014. – 32 с.

Anna Moskalik, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Mechanics.

E-mail: mech_kaf@samgtu.ru

Margarita Aleksandrova, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Mechanics.

E-mail: kris-maks@mail.ru