

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕНЗОДАТЧИКОВ В РАСЧЕТЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ НЕЖЕСТКОГО СТЕРЖНЯ ПРИ ВНЕЦЕНТРЕННОМ РАСТЯЖЕНИИ

© 2024 И.Е. Адеянов, М.Ю. Александрова

Самарский государственный технический университет, Самара, Россия

Статья поступила в редакцию 26.06.2024

На практике довольно часто встречаются случаи совместной работы стержня на изгиб и растяжение или сжатие. Подобного рода деформация, называемая внецентренным растяжением или сжатием, может возникать из-за действия продольных сил, приложенных с эксцентриситетом. Примеры такого типа деформации – болт-костыль, пружина сцепления, сварное соединение и т.д. Для определения прочности и жесткости таких элементов необходимо исследование напряженно-деформированного состояния, что и было сделано в данной работе различными методами на примере нежесткого стержня. Одним из них являлся экспериментальный метод исследования с помощью установки СМ-1. Определение деформаций при этом производилось с помощью тензорезисторов. Другим подходом к исследованию стало моделирование нежесткого стержня, а так же тензорезисторов методом конечных элементов. Третьим вариантов решения данной задачи был аналитический метод с использованием формул сопротивления материалов. Произведен сравнительный анализ результатов, полученных указанными выше методами.

Ключевые слова: напряженно-деформированное состояние, внецентренное растяжение, тензодатчик, компьютерное моделирование, метод конечных элементов.

DOI: 10.37313/1990-5378-2024-26-4(2)-244-250

EDN: HZZNOY

ВВЕДЕНИЕ

Внецентренное растяжение (сжатие) вызывается внешними силами, линия действия которых не совпадает с осью стержня, а смещена относительно оси и параллельна ей (рис. 1). Это один из видов сложного деформированного состояния стержня, представляющего собой совокупность осевого растяжения (сжатия) и чистого косоугольного изгиба. При этом в поперечном сечении возникают три внутренних силовых фактора: продольная сила N и два изгибающих момента M_Y и M_Z относительно главных центральных осей сечения Y и Z .

Внутренние силовые факторы необходимы для теоретического расчета напряжений и деформаций в стержне. Полученные значения подтверждают с помощью натурных экспериментов, в которых соответствующие напряжения и деформации определяются тензометрическим методом.

Тензодатчик (тензорезистор) является прибором для измерения деформаций, работающим по принципу изменения сопротивления металлов и полупроводников. Принципы измерения усилий тензодатчиком приведены в работах [1, 2].

Конструктивно тензорезистор представляет из себя тонкую пластину с расположенным на ней чувствительным элементом, которую приклеивают к объекту измерения (рис. 2). При деформации объекта исследования меняется сопротивление резистора, а, следовательно, меняется и сигнал, получаемый от тензорезистора.

В случае внецентренного растяжения [3] нежесткого (длинного) стержня прямоугольного сечения с размерами b и h (рис. 3) силами, линия действия которых расположена в одной из главных плоскостей стержня ($y_p = 0, z_p = e - W_c$), один из изгибающих моментов (M_z) равен нулю, и напряжения в сечении будут линейно зависеть только от одной координаты (z). Нейтральная линия в этом случае проходит параллельно оси Y , отсекая на оси Z отрезок

$$Z_{НЛ} = -\frac{i_y^2}{e - W_c} = -\frac{h^2}{12(e - W_c)}, \quad (1)$$

где e – эксцентриситет до нагружения стержня силой F , W_c – линейное перемещение (прогиб) среднего сечения, $(e - W_c)$ – эксцентриситет после нагружения силой F .

Ядро сечения для прямоугольника (на рис. 3 заштриховано) имеет форму ромба с диагоналями $b/3$ и $h/3$.

Наибольшие напряжения возникают в точках стороны D , а наименьшие – в точках стороны E . Они одинаковы по всей длине стержня и определяются алгебраической суммой напря-

Адеянов Игорь Евгеньевич, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры механики.

E-mail: adigorev@gmail.com

Александрова Маргарита Юрьевна, кандидат технических наук, доцент кафедры механики.

E-mail: kris-maks@mail.ru

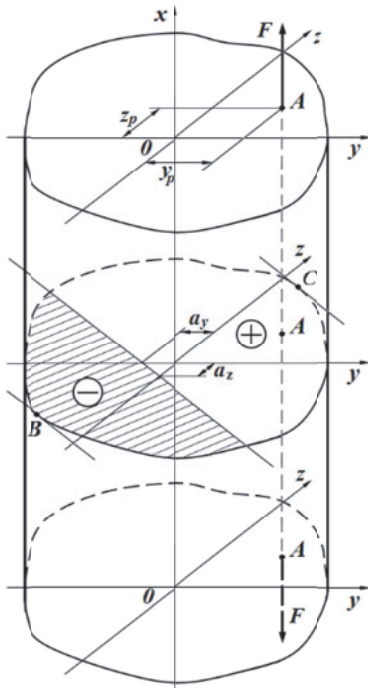


Рис. 1. Схема стержня в состоянии внецентренного растяжения

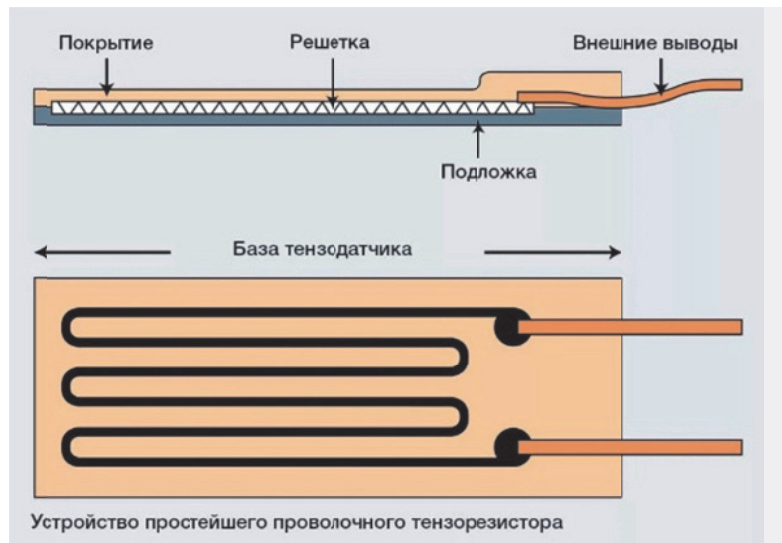


Рис. 2. Устройство простейшего тензорезистора

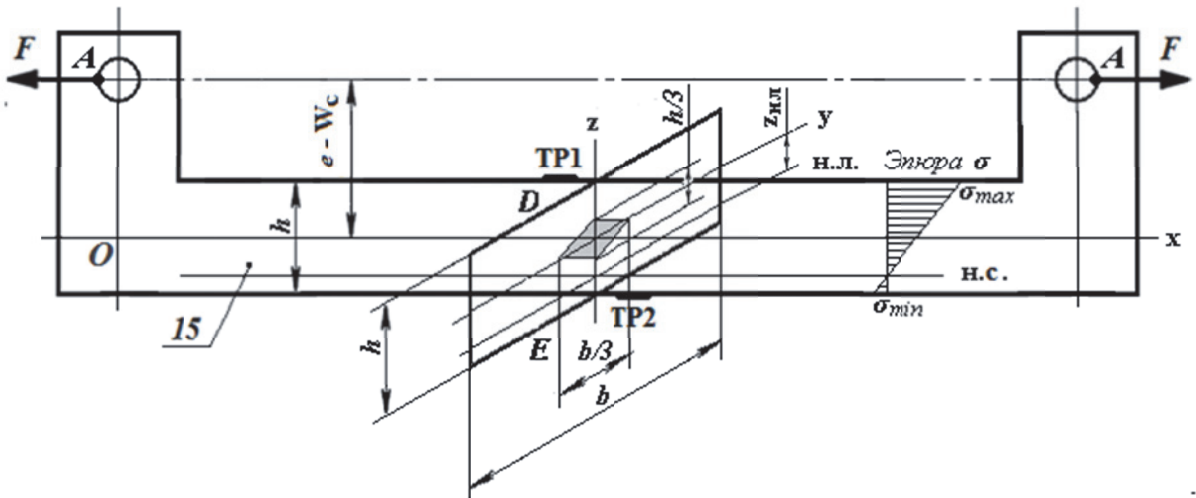


Рис. 3. Схема внецентренного растяжения нежесткого стержня, используемого в эксперименте (н.с. – нейтральный слой, н.л. – нейтральная линия)

жения от растяжения и наибольшего напряжения с учетом перемещения (прогиба) среднего сечения стержня

$$\sigma_{\min(E)}^{\max(D)} = \frac{N}{A} \pm \frac{N(e - W_C)}{W_y} = \frac{F}{bh} \pm \frac{6F(e - W_C)}{bh^2}, \quad (2)$$

где W_y – осевой момент сопротивления прямоугольника.

Знак минимального напряжения плюс (растяжение) или минус (сжатие) зависит от величины эксцентриситета e и прогиба W_C . Возможны три характерных случая:

$(e - W_C) < h/6$ (линия действия силы проходит внутри ядра сечения). В этом случае $\sigma_{\min} > 0$, а т.к. $\sigma_{\max} > 0$, то во всех точках сечения действуют только растягивающие напряжения;

$(e - W_C) = h/6$ (линия действия силы проходит через границу ядра сечения). В этом случае $\sigma_{\min} = 0$, $\sigma_{\max} > 0$, следовательно, во всех точках сечения действуют только растягивающие напряжения;

$(e - W_C) > h/6$ (линия действия силы проходит вне ядра сечения). Напряжения в сечении будут разных знаков: $\sigma_{\min} < 0$, а $\sigma_{\max} > 0$.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ

Эмпирические значения относительных продольных деформаций и прогибов в середине стержня были получены с использованием комплекса СМ-1 (рис. 4).

Некоторые основные элементы сборки комплекса СМ-1 на схеме (рис. 5) обозначены номерами: 1 – силовая плита стола; 2 и 3 – опорные стойки; 11 – датчик усилий; 14 – штурвал для нагружения образца; 15 – испытуемый образец; 18 – стойка с индикатором часового типа 19, с помощью которого определялась величина прогиба W_c .

Относительная деформация ε продольных волокон сторон D и E измеряется с помощью тензорезисторов ТР 1 и ТР 2, которые указаны на рисунке 5.

Геометрические параметры исследуемого образца: $b = 20$ мм, $h = 7$ мм, $e = 10$ мм.

Нагружение образца производилось последовательно силами 1 кН, 2 кН, 3 кН, 4 кН, 8 кН, 16 кН, контролируя значение силы по табло блока измерителя силы. На каждом уровне нагрузок снимались показания тензорезисторов ТР 1 и ТР 2 по табло блока измерителя деформаций. На основе показаний ТР 1 и ТР 2 определялись относительные деформации в точках сторон D и E образца соответственно.

Так как при внецентренном растяжении стержень подвергается чистому изгибу, а напряженное состояние линейное, то экспериментальное напряжение определяется по закону Гука:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad (3)$$

где E – модуль продольной упругости материала

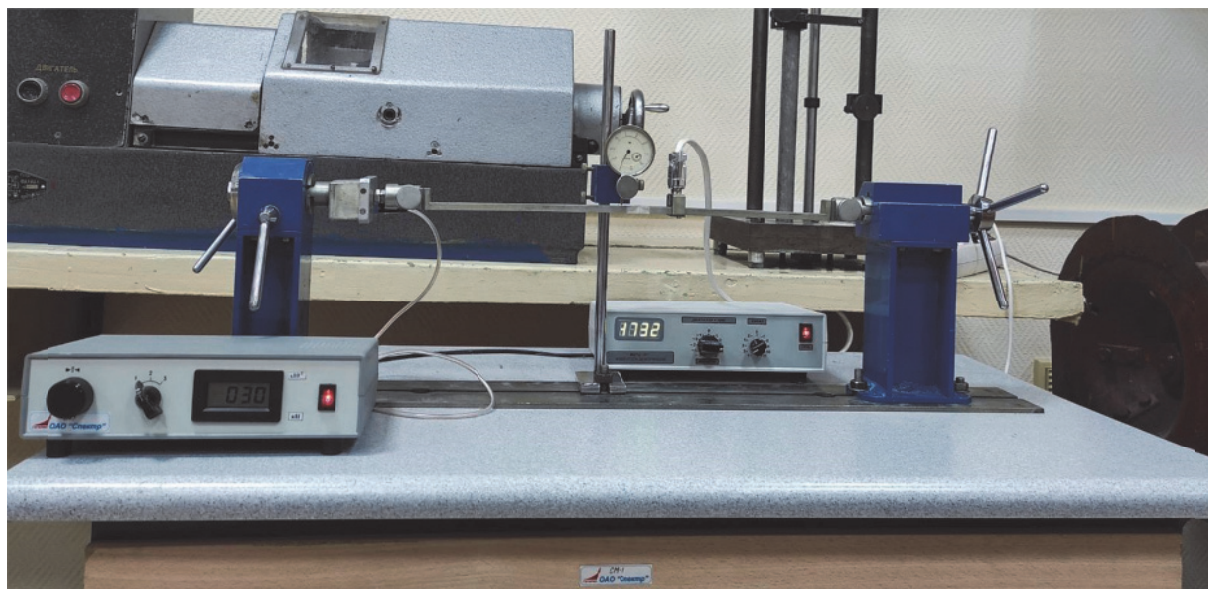


Рис. 4. Установка СМ-1

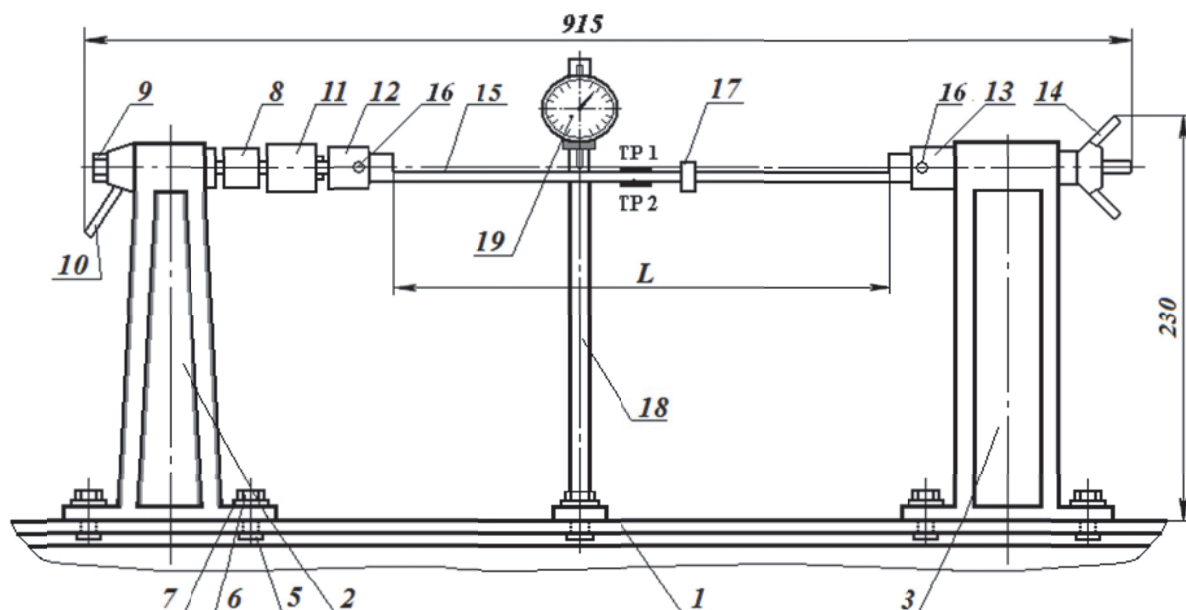


Рис. 5. Схема сборки внецентренного растяжения стержня на установке СМ-1

образца, ε – относительная линейная деформация в той точке, где определяются напряжения.

Результаты, полученные на основе проведенного эксперимента, представлены в табл. 1.

АНАЛИЗ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Внецентренное растяжение образца с указанными выше геометрическими параметрами моделировалось методом конечных элементов [4].

При проведении конечно-элементного расчета изделия на прочность нередко возникает необходимость сравнить величины напряжений, полученных в результате математического моделирования с результатами эксперимента. Такого рода ситуации чаще всего связаны с тензометрированием. Возникает вопрос, какие напряжения, полученные численным моделированием, сравнивать с показаниями тензодатчика.

Изгибную составляющую напряжений тонкая пластина воспринимать не может. Поэтому, с точ-

ки зрения математического моделирования, необходимо вводить осредненные напряжения по всей площади чувствительного элемента. Это можно сделать, создав оболочечное тело с размерами тензодатчика и использованием четырехузлового конечного элемента. В настройках поведения этого элемента указывается, что его жесткость является исключительно оценочной величиной для определения напряжений и деформаций и не оказывает влияния на общую жесткость конструкции.

В ходе компьютерного моделирования была создана твердотельная трехмерная модель стержня (рис. 6). В дальнейших расчетах использовалась четверть этой модели, что является возможным с учетом симметрии геометрических параметров и нагрузок относительно координатных плоскостей XY и YZ.

Твердотельная модель была разбита трехмерными конечными элементами, имеющих форму прямоугольных параллелепипедов в месте нахождения тензодатчиков (рис. 7). Два тензодатчика, каждый из которых смоделирован одним оболоч-

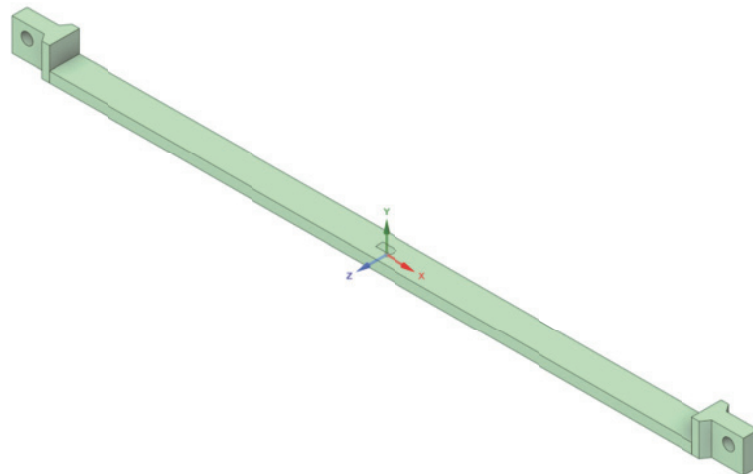


Рис. 6. Трехмерная модель нежесткого стержня

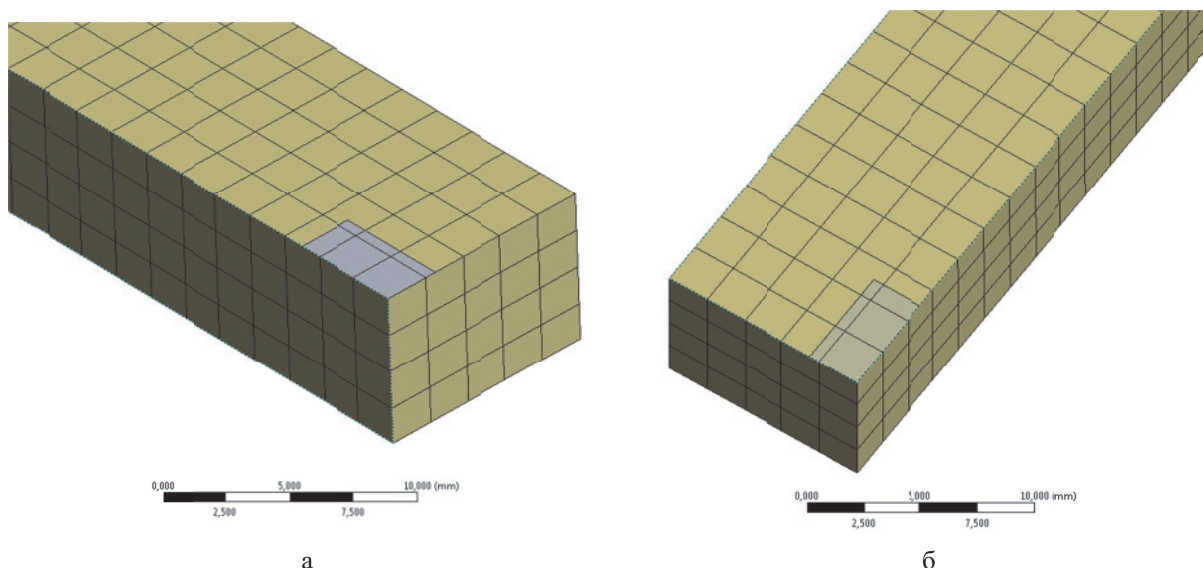


Рис. 7. Регулярная конечно-элементная сетка в местах крепления тензорезисторов:
а – TP1; б – TP2

чечным элементом, связанным со стержнем контактной парой без возможности разделения или скольжения. В качестве граничных условий использовалась упомянутая ранее симметрия, а так же закрепление модели в одной точке в направлении оси Y для исключения ее движения, как абсолютно твердого тела, и приложение распределенной нагрузки в цилиндрическом отверстии в направлении оси X. Учет симметрии стержня относительно плоскости XY означает, что приложенная к модели нагрузка является половиной нагрузки, прикладываемой к реальному стержню.

После решения данной задачи методом конечных элементов можно просматривать различные результаты для всей модели, например, прогибы стержня в виде поля перемещений вдоль оси Y (рис. 8), а так же интересующие нас осредненные значения нормальных напряжений вдоль оси стержня X (рис. 9) и линейных деформаций вдоль оси X (рис. 10) в элементах, моделирующих тензодатчики.

Результаты численного анализа методом конечных элементов представлены в табл. 1.

АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ

Прогибы в середине стержня были определены по формулам сопротивления материалов методом начальных параметров:

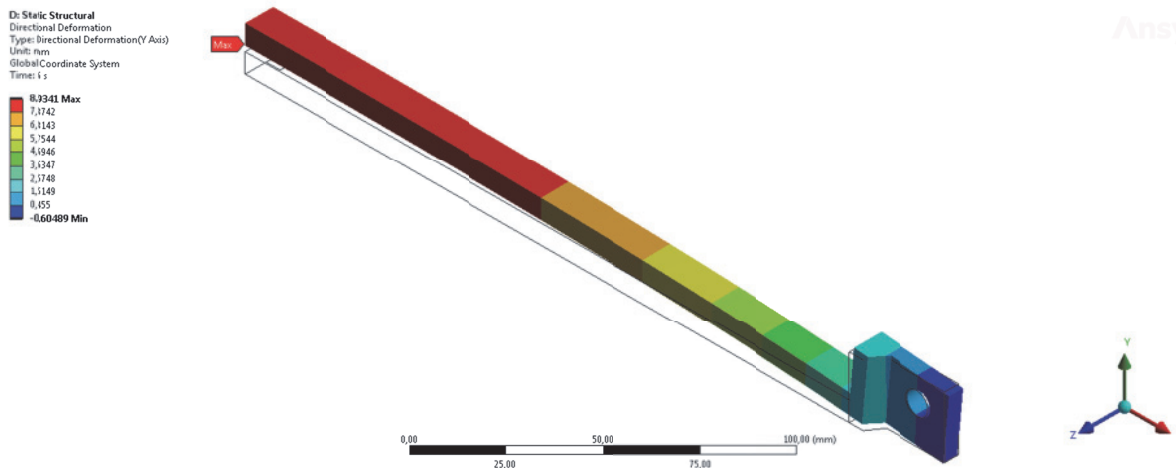


Рис. 8. Поле перемещений в направлении оси Y в модели стержня

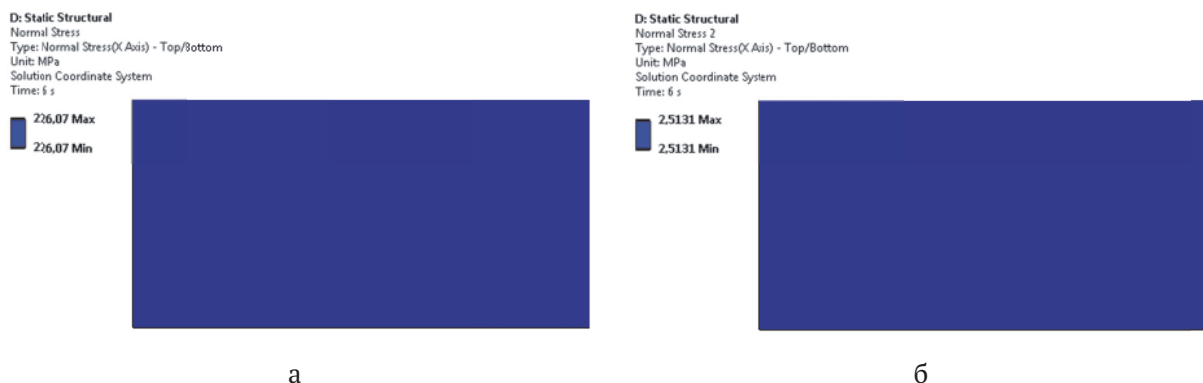


Рис. 9. Осредненные значения нормальных напряжений вдоль оси стержня X: а – TP1; б – TP2

$$\begin{cases} EI\theta = EI\theta_0 - Mx, \\ EIy = EIy_0 + EI\theta_0x - \frac{Mx^2}{2}, \end{cases} \quad (4)$$

где $E=2 \cdot 10^5$ МПа – модуль упругости стали,

$I = \frac{bh^3}{12} = 572 \text{ мм}^4$ – момент инерции попереч-

ного сечения стержня относительно нейтральной оси, $M = Fe$ – изгибающий момент силы F, θ – угол поворота поперечного сечения, x – координата сечения, y – величина прогиба, θ_0, y_0 – начальные параметры (угол поворота и величина прогиба в начале координат), начало координат находится в точке O (рис. 3).

Для нахождения начальных параметров использовались следующие граничные условия:

$$\begin{cases} \text{При } x = \frac{l}{2} & \theta=0, \\ \text{при } x = 0 & y=0, \end{cases} \quad (5)$$

где $l=480$ мм – длина стержня.

Для значений сил F=1 кН, 2 кН, 3 кН результаты аналитического расчета представлены в табл. 1. В аналитическом расчете не учитывается изменения положения и направления приложенных нагрузок, поэтому

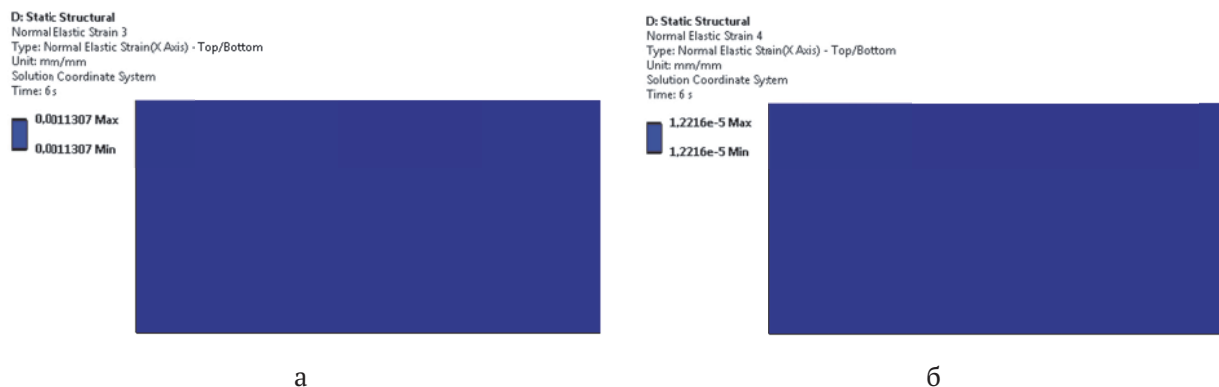


Рис. 10. Осредненные значения линейных деформаций вдоль оси X: а – TP1; б – TP2

Таблица 1. Результаты эксперимента, численного и аналитического расчетов

Нагрузка, кН		1	2	3	4	8	16
Результаты эксперимента	$\epsilon_1, 10^{-4}$	2.83	4.81	6.04	7.14	9.50	12.14
	$\epsilon_2, 10^{-4}$	-2.14	-3.37	-4.01	-4.22	-3.61	0.42
	$\sigma_{max}, \text{МПа}$	57	96	121	143	190	226
	$\sigma_{min}, \text{МПа}$	-43	-67	-80	-84	-72	2
	$W_C, \text{мм}$	2.41	3.85	4.87	5.62	7.53	8.98
Результаты численного расчета	$\epsilon_1, 10^{-4}$	2.76	4.63	5.96	6.94	9.20	11.31
	$\epsilon_2, 10^{-4}$	-2.05	-3.20	-3.82	-4.09	-3.49	0.12
	$\sigma_{max}, \text{МПа}$	55	93	119	139	184	226
	$\sigma_{min}, \text{МПа}$	-41	-64	-76	-82	-70	3
	$W_C, \text{мм}$	2.12	3.61	4.69	5.52	7.45	8.93
Результаты аналитического расчета	$\sigma_{max}, \text{МПа}$	57	96	121	-	-	-
	$\sigma_{min}, \text{МПа}$	-43	-67	-80	-	-	-
	$W_C, \text{мм}$	2.52	5.04	7.56	-	-	-

при больших действительных перемещениях результаты аналитического расчета сильно отличаются от результатов эксперимента. В численном анализе большие перемещения учитываются.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

Все полученные в работе результаты сведены в табл. 1.

В работе было проведено исследование напряженно-деформированного состояния нежесткого стержня экспериментальным методом с использованием установки СМ-1, аналитическим методом на основе формул сопротивления материалов и методом конечных элементов.

Напряжения и деформации определялись в местах крепления тензорезисторов в середине стержня. Наличие тензодатчиков при решении методом конечных элементов было учтено созданием отдельных оболочечных элементов, не влияющих на жесткость стержня.

Анализ результатов из табл. 1 показывает, что было получено удовлетворительное соответствие исследуемых величин, найденных экспериментальным методом и методом конечных

элементов, а так же аналитическим методом при небольших нагрузках, когда не возникает больших перемещений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мехеда, В.А. Тензометрический метод измерения деформаций: Учебное пособие / В.А. Мехеда. – Самара: Самарский государственный аэрокосмический университет, 2011. – 56 с.
2. Дедов, Н.И. Сопротивление материалов: Лабораторный практикум на базе комплекса СМ-1 / Н.И. Дедов, А.Г. Бурмистров, Н.Г. Сарбатов, И.Е. Адеянов, В.Н. Исуткина, Н.А. Глазунова. – Самара: Самарский государственный технический университет, 2013. – 180 с.
3. Данилов, М.Н. Применение конечных элементов и нейронных сетей для измерения сил с использованием шестикомпонентных весов в аэродинамической трубе / М.Н. Данилов, П.П. Бардаев // Материалы XXVI конференции по высокоэнергетическим процессам в конденсированном состоянии. – Новосибирск: Сборник Аэронавигационной Информации, 2019. – С. 030091-1 - 030091-11.
4. Бруяка, В.А. Инженерный анализ в Ansys Workbench: Учебное пособие / В.А. Бруяка, В.Г. Фокин, Я.В. Кураева. – Самара: Самарский государственный технический университет, 2013. – 148 с.

STRAIN GAUGES IN STRESS-STRAIN STATE CALCULATION OF A NON-RIGID ROD UNDER NONCENTRAL TENSILE

© 2024 I.E. Adeyanov, M.Yu. Alexandrova

Samara State Technical University, Samara, Russia

In practice, joint work on bending and tension (compression) is quite common. Such kind of deformation, called eccentric tension (compression), can occur due to axial forces applied with eccentricity. Examples of this type of deformation are a crutch bolt, a clutch spring, a welded joint, etc. To determine the hardness and rigidity of such elements, it is necessary to study the stress-strain state, which was done in this work using various methods using the example of a non-rigid rod. One of these methods was an experimental research using the SoM-1 installation. The measuring of deformations was carried out using strain gauges. Modeling of a flexible rod and strain gauges was also carried out using the finite element method. The third option for solving this problem was the analytical method using strength of materials formulas. A comparative analysis of the results obtained by the above methods was carried out. *Key words:* stress-strain state, noncentral tensile, strain gauge, computer simulation, finite elements method.

DOI: 10.37313/1990-5378-2024-26-4(2)-244-250

EDN: HZZNOY

REFERENCES

1. *Mekheda, V.A.* Tenzometricheskij metod izmereniya deformatsij: Uchebnoe posobie / V.A. Mekheda. – Samara: Samarskij gosudarstvennyj aerokosmicheskij universitet, 2011. – 56 s.
2. *Dedov, N.I.* Soprotivlenie materialov: Laboratornyj praktikum na baze kompleksa SM-1 / N.I. Dedov, A.G. Burmistrov, N.G. Sarbatov, I.E. Adeyanov, V.N. Isutkina, N.A. Glazunova. – Samara: Samarskij gosudarstvennyj tekhnicheskij universitet, 2013. – 180 s.
3. *Danilov, M.N.* Primenenie konechnyh elementov i nejronnyh setej dlya izmereniya sil s ispol'zovaniem shestikomponentnyh vesov v aerodinamicheskoj trube / M.N. Danilov, P.P. Bardaev // Materialy XXVI konferencii po vysokoenergeticheskim processam v kondensirovannom sostoyanii. – Novosibirsk: Sbornik Aeronavigacionnoj Informacii, 2019. – S. 030091-1 - 030091-11.
4. *Bruyaka, V.A.* Inzhenernyj analiz v Ansys Workbench: Uchebnoe posobie / V.A. Bruyaka, V.G. Fokin, YA.V. Kuraeva. – Samara: Samarskij gosudarstvennyj tekhnicheskij universitet, 2013. – 148 s.

Igor Adeyanov, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Mechanics. E-mail: adigorev@gmail.com

Margarita Aleksandrova, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Mechanics. E-mail: kris-maks@mail.ru