

УДК 629.78 : 681.51

## МЕТОДЫ НАВЕДЕНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ МИНИ-СПУТНИКОВ В ГРУППИРОВКАХ РЕГИОНАЛЬНОГО ЗЕМЛЕОБЗОРА

© 2024 Е.И. Сомов<sup>1,2</sup>, С.А. Бутырин<sup>1,2</sup>, С.Е. Сомов<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Самарский федеральный исследовательский центр Российской академии наук, г. Самара, Россия

<sup>2</sup> Самарский государственный технический университет, г. Самара, Россия

Статья поступила в редакцию 02.07.2024

Рассматриваются задачи баллистического построения низкоорбитальных группировок мини-спутников для регионального землеобзора, проблемы поддержания их солнечно-синхронных орбит, наведения и управления пространственным движением мини-спутников в таких группировках. Кратко приводятся разработанные алгоритмы наведения и цифрового управления, а также результаты компьютерной имитации, демонстрирующие их эффективность.

**Ключевые слова:** группировка мини-спутников, региональный землеобзор, наведение и управление движением.

DOI: 10.37313/1990-5378-2024-26-4-150-160

EDN: DZWIST

### ВВЕДЕНИЕ

Актуальные проблемы наблюдения поверхности Земли малыми спутниками с низких орбит представлены в обзорных статьях [1-3], а подходы к баллистическому обоснованию – в известных монографиях [4-9]. При согласованной съёмке наземных целей орбита каждого мини-спутника в группировке должны проходить через заданный восходящий узел. Таким свойством обладают солнечно-синхронные орбиты (ССО) [10-17] с кратностью  $n_g = T_d / T_p$ , где  $T_d$  – длительность солнечных суток и  $T_p$  – драконический период обращения космического аппарата (КА).

Для регионального землеобзора группировкой мини-спутников наиболее удобны ССО высотой 570 км с суточной кратностью, когда  $T_d = 86400$  с и кратность  $n_g = 15$ . Орбиты с большей кратностью требуют увеличения числа КА в группировке для обеспечения заданного интервала повторяемости наблюдений, а при снижении высоты орбиты существенно возрастают затраты топлива для компенсации влияния аэродинамического сопротивления движению спутника.

*Евгений Иванович Сомов, ведущий научный сотрудник отдела «Динамики и управления движением» СамНЦ РАН; начальник отдела «Навигации, наведения и управления движением» НИИ Проблем надежности механических систем СамГТУ. E-mail: e\_somov@mail.ru*

*Сергей Анфимович Бутырин, старший научный сотрудник отдела «Динамики и управления движением» СамНЦ РАН; начальник лаборатории «Моделирования систем управления» НИИ Проблем надежности механических систем СамГТУ. E-mail: butyrinsa@mail.ru*

*Сергей Евгеньевич Сомов, научный сотрудник отдела «Динамики и управления движением» СамНЦ РАН; научный сотрудник отдела «Навигации, наведения и управления движением» НИИ Проблем надежности механических систем СамГТУ. E-mail: s\_somov@mail.ru*

В статье исследуются: (i) задачи баллистики группировки мини-спутников для регионального землеобзора и поддержания их ССО с обеспечением солнечной синхронности и стабильности местного среднего солнечного времени (МССВ) [17] на длительных временных интервалах при коррекции движения КА электрореактивными двигательными установками (ЭДУ) малой тяги; (ii) проблемы наведения и управления движением спутников с использованием силового гироскопического кластера (СГК) на основе гиродинов (ГД), когда измерение координат движения КА выполняется бесплатформенной инерциальной навигационной системой (БИНС) с коррекцией сигналами от навигационных спутников и кластера астродатчиков. Мини-спутник землеобзора оснащён телескопом с оптико-электронными преобразователями (ОЭП) в его фокальной плоскости, рис. 1. При выполнении маршрутов сканирования земной поверхности телескопом матрицы ОЭП «работают» в режиме временной задержки и накопления (ВЗН).

При известной орбите маршрут съёмки определяется законом углового наведения КА для обеспечения требуемого движения оптического изображения на матрицах ОЭП. Такой закон наведения формируется по аналитическим соотношениям, связывающих перемещения изображения с изменением координат движения КА.

### БАЛЛИСТИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА ГРУППИРОВКИ СПУТНИКОВ

Для описания движения КА применяются инерциальная система координат (ИСК  $O_{\odot}X^1Y^1Z^1$ , базис  $\mathbf{I}_{\odot}$ ), орбитальная (ОСК, базис  $\mathbf{O}$  с ортами радиали  $\mathbf{r}^{\circ}$ , трансверсали  $\mathbf{\tau}^{\circ}$  и би-

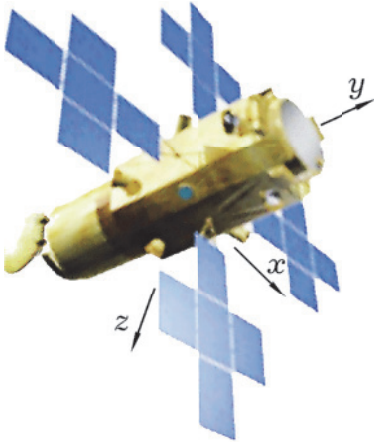


Рис. 1. Мини-спутник землеобзора

нормали  $\mathbf{n}^\circ$ ), связанная с КА (ССК Охуз, базис  $\mathbf{B}$ ) системы координат с началом в его центре масс  $O$ , а также геодезическая Гринвичская система координат (ГСК), связанная с вращающейся Землей.

Используются обозначения  $\{\cdot\} = \text{col}(\cdot)$ ,  $[\cdot] = \text{line}(\cdot)$ ,  $(\cdot)^\dagger$ ,  $[\cdot \times]$ , и  $\circ, \sim$  для векторов, матриц и кватернионов,  $S_\alpha = \sin \alpha$ ,  $C_\alpha = \cos \alpha$ . В столбце  $\mathbf{r} = \{\Omega, i, \omega_\pi, p, e, \nu\}$  расположения КА на орбите выделяются (i) три оскулирующих элемента её ориентации – долгота восходящего узла (ВУ)  $\Omega$ , наклонение  $i$ , аргумент перигея  $\omega_\pi$  и (ii) три элемента, определяющих размеры, форму орбиты и положение КА на орбите – фокальный параметр  $p$ , эксцентриситет  $e$  и истинная аномалия  $\nu$ , однозначно связанная с аргументом орбитальной широты  $u(t)$ .

Проектирование орбит группировки состоит в определении данных, при которых обеспечивается требуемая повторяемость прохождения их трасс через заданные точки региона на земной поверхности. Здесь ССО всех спутников в группировке имеют одинаковую высоту и проходят через единый ВУ орбиты на земной поверхности, но в разное время при длительности  $T_r$  повторяемости. Будем считать, что группировка состоит из локальных групп мини-спутников и в каждой локальной группе имеется  $K$  спутников в одном направлении их полета, при  $K = 3$ : левый, центральный и правый с одинаковой долготой восходящего узла (ДВУ). Исходными данными здесь являются параметры орбиты центрального КА локальной группы и длительность интервала повторяемости. Необходимо определить число  $N$  центральных мини-спутников (т.е. число локальных групп) в составе всей группировки и начальные параметры орбит этих спутников.

При одинаковой высоте полёта КА параметры их орбит отличаются только моментами времени прохождения их ВУ с долготой  $\Omega$ . Число центральных мини-спутников определяется

с учетом солнечной освещенности наземных региональных объектов наблюдения, которая зависит от их геодезических координат, даты и времени наблюдения. Наилучшие условия оптико-электронного наблюдения земной поверхности возникают в диапазоне с 10 до 14 часов местного времени [17]. Целесообразно расширить этот диапазон от  $t_i = 9$  до  $t_f = 15$  часов.

Расположение спутников в каждой локальной группе определяется как типом (маршрутная, объектовая, площадная, стерео и др.), так и стилем сканирующей оптико-электронной съёмки – трассовая, ортодромическая, с выравниванием продольной скорости движения изображения (СДИ) на матрицах ОЭП. Например, в [18] при площадной съёмке плоскости орбит трёх мини-спутников в локальной группе «разнесены» по ДВУ на угол  $\Delta\Omega = 0,84$  град. Если задать интервал повторяемости наблюдений  $T_r = 1$  час, то для наблюдения всей поверхности Земли центральные мини-спутники в ИСК должны располагаться в 24 орбитальных плоскостях с шагом их относительного разворота на угол

$$\Delta\Omega_c = (361[\text{град}]/[24 \text{ ч}])[1 \text{ ч}] = 15,04 \text{ град.}$$

Используется известная система уравнений поступательного движения КА в оскулирующих переменных со стандартными обозначениями. Все спутники в локальных группах нумеруются в порядке следования орбитальных плоскостей в ИСК по возрастанию их ДВУ.

Пусть заданы геодезические координаты пункта на земной поверхности, через который в момент времени  $t_o$  проходит трасса центрального спутника #1, например широта  $B_o = 5,53$  град и долгота  $L_o = 10,01$  град (город Санкт-Петербург) и в расчетную дату 21.03.2023 задан момент  $t_o = 9:00:00$  часов местного времени. Если трассы других центральных спутников должны проходить через этот наземный объект с интервалом повторяемости  $T_r = 1$  час при общей длительности  $T_N = t_f - t_i + T_r = 15 - 9 + 1 = 7$  часов светового дня, то число групп  $N = T_N / T_r = 7$ . Например, для центрального спутника #1 вычисляется ДВУ  $L_\Omega$  его орбиты в ГСК, при которой в момент  $t_o$  трасса спутника проходит через объект наблюдения с геодезическими координатами  $B_o$  и  $L_o$ .

Поворот орбиты КА вокруг оси вращения Земли не изменяет угловых соотношений для элементов орбиты, поэтому численное интегрирование уравнений движения центрального мини-спутника #1 до достижения им заданной геодезической широты  $B_o$  позволяет определить значение ДВУ  $L_\Omega = L_o - L(t_o)$  орбиты в ГСК. Здесь были вычислены такие значения:

$L_\Omega = 47,79$  град; МССВ  $t_\Omega = 9:53:20$  прохождения спутником ВУ его орбиты (UTC 6:42:08

ДВУ  $\Omega = L_{\Omega} + S_0 = 5,70$  град в ИСК, где  $S_0$  – звездное время Гринвичского меридиана в момент времени  $t_{\Omega}$ , представленное в угловой мере.

Центральные спутники других локальных групп перемещаются в орбитальных плоскостях с разворотом в ИСК на угол 15,04 град. При номере центрального спутника  $n \in [1, 2, \dots, 7]$  значение его ДВУ вычисляется в градусах как  $\Omega = (180/\pi)(L_{\Omega} + S_0) + 15,04(n - 1)$ .

Если каждая локальная группа имеет  $K = 3$  мини-спутников, то число КА всей группировки  $N_s = 21$ . Значения долготы ВУ центральных КА и временные параметры такой группировки представлены в табл. 1.

При ограничении  $|\gamma| \leq 20$  град на угол крена  $\gamma$  каждого мини-спутника в ОСК полоса доступного землеобзора от геодезической широты 32 град

до 70 град показана на рис. 2, центральная полоса серого цвета. На поверхности Земли средняя ширина этой полосы составляет 445 км. При изменении геодезической широты вдоль трассы местное время немного изменяется, в данном случае на 35 мин, что мало влияет на условия солнечной освещенности соответствующей части региона.

Рассмотрим теперь возможность использования орбитальной группировки мини-спутников для съемки Земли с соседних витков орбиты. Сначала определим положение полосы возможного обзора центрального спутника #1 при съемке с такой орбиты на виток позже. Тогда на рис. 2 получим левую полосу обзора с трассой, проходящей по траектории Неаполь – Гамбург. Нетрудно установить, что при съемке на 1 виток раньше получается правая полоса обзора на рис. 2 – с трассой, проходящей вдоль уральского хребта на юг до Кандагара.

Всего на поверхности Земли будет располагаться 15 таких полос регионального обзора, которые отличаются только временем UTC и значениями ДВУ  $\Omega$  из-за прецессии ССО. Местное время и условия освещения местности во всех этих полосах практически одинаковы.

Привлекает внимание задача регионального землеобзора Европейской части России при значениях геодезической широты  $B$  наблюдаемых объектов от 43 до 70 град, рис. 3. Применяемая здесь орбитальная группировка из 105 мини-спутников состоит из 5 локальных групп

Таблица 1

Значения ДВУ и параметры орбит центральных КА					
$n$ , #КА	$\Omega$ , град	Дата, д : м : г	UTC, ч : м : с	$t_{\Omega}$ , ч : м : с	$t_0$ , ч : м : с
1	-33,13	21.03.2023	06:42:08	09:53:20	09:00:00
2	-18,09	21.03.2023	07:42:08	10:53:20	10:00:00
...	...	...	...	...	...
7	57,11	21.03.2023	12:42:08	15:53:20	15:00:00
1	-33,13	22.03.2023	06:42:08	09:53:20	09:00:00



Рис. 2. Схема полос регионального землеобзора в Европейской части Восточного полушария Земли

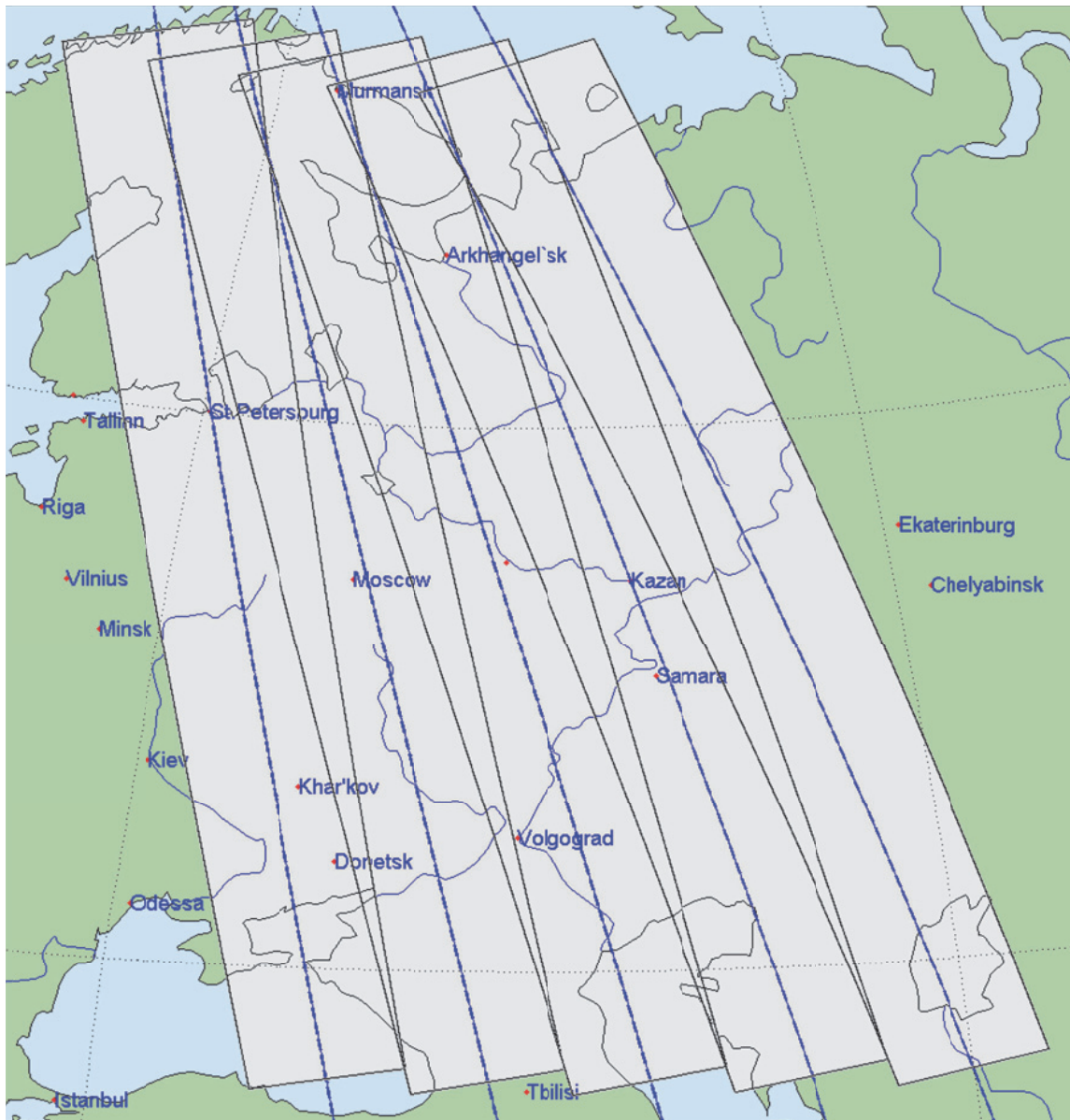


Рис. 3. Схема полос землеобзора, включающих некоторые части регионов Российской Федерации

(21 спутник в каждой группе), которая одновременно представляется 7 локальными группами по 3 мини-спутника. Спутники в каждой такой группе перемещаются по близким орбитам с малыми отличиями их ДВУ. В ИСК плоскости орбит 7 центральных спутников локальных групп «разнесены» между собой по ДВУ на угол 15,04 град, причём мини-спутники с одинаковыми сквозными номерами в группах из диапазона  $1 \div 21$  перемещаются по орбитам, которые отличаются значениями ДВУ на 5,5 град. Каждая такая группа обеспечивает одну из пяти полос землеобзора на рис. 3.

При необходимости для каждой из таких полос можно обеспечить одинаковое местное время съёмки объектов на одной той же геодезической широте. Например, представленный на рис. 3 расчет выполнен при условии, что во всех пяти группах трассы центральных спутников #2 (при их сквозной нумерации в группе) пересекают

геодезическую широту  $B = 50$  град при одинаковом значении МССВ. Представленная группировка 105 мини-спутников обеспечивает съёмку объектов с назначенным диапазоном вариации геодезической широты всего северного полушария Земли при использовании других витков орбит мини-спутников в составе группировки.

Кратко рассмотрим теперь задачу оценки затрат топлива при сдвиге полосы землеобзора для перестройки такой орбитальной группировки. Для этого необходимо выполнить один из двух вариантов изменения положения каждого спутника в составе группировки: 1) поворот плоскости орбиты с изменением её ДВУ; 2) смена фазы движения спутника – изменение орбитальной широты. Оба варианта требуют больших затрат топлива.

Рассмотрим сначала смещение полосы обзора при изменении ДВУ орбиты на  $\Delta\Omega = 2$  град. Используя результаты авторов по управлению

орбитальным движением космического робота, для мини-спутника была получена оценка затрат топлива ЭДУ  $\Delta m = 31,57$  кг при длительности маневра около 5 суток.

Смена фазы заключается во временном подъеме высоты орбиты с последующим возвращением спутника на исходную орбиту. Здесь применяется уменьшение средней угловой скорости орбитального движения КА и изменяется орбитальная широта его расположения на ССО. При движении спутника вплоть до прохождения через ВУ его орбиты Земля поворачивается и поэтому трасса полёта КА смещается к западу, но далее воздействие аэродинамического сопротивления смещает трассу спутника на восток. При таком маневре высота полета КА временно увеличивается на 777 км, длительность маневра составляет 1,03 суток, а расчётный расход топлива  $\Delta m = 2,98$  кг.

### УДЕРЖАНИЕ СПУТНИКОВ НА ССО

Методы долговременного удержания спутников землеобзора на заданных ССО с помощью ЭДУ изучались во многих научных работах [10-17]. Введём обозначение  $L_{\Omega}^*$  для требуемого значения геодезической долготы ВУ  $L_{\Omega} = L(t_{\Omega})$  в ГСК – значения долготы подспутниковой точки в момент времени  $t_{\Omega}$ , когда мини-спутник проходит восходящий узел соответствующей орбиты.

Как известно, коррекция ДВУ  $L_{\Omega}$  выполняется за счёт изменения высоты  $h(t)$  орбиты

(т.е. её большой полуоси  $a(t)$ ), но для сохранения солнечной синхронности и стабильности МССВ здесь также необходима коррекция наклонения орбиты. Отметим, что отклонению  $\Delta L_{\Omega}^* = |L_{\Omega} - L_{\Omega}^*|$  геодезической ДВУ от требуемого значения, например  $\Delta L_{\Omega}^* = 0,1$  град, соответствует длина 11 км на земной поверхности. Задача состоит в оценке параметров коррекций орбиты – их числа, периодичности, длительности интервалов работы ЭДУ на витке и затрат топлива.

Связь отклонения  $\Delta L_{\Omega}^*$  с изменением  $\Delta a(t_c)$  большой полуоси ССО представлена в [17] как  $\Delta a(t_c) = k_a \sqrt{[8a(t_c) | \dot{h} | \Delta L_{\Omega}^* / (3\omega_e)]}$ .

Здесь  $a(t_c)$  – значение большой полуоси орбиты в момент  $t_c$  выполнения корректирующего импульса скорости КА,  $\dot{h}$  – скорость изменения высоты орбиты из-за аэродинамического сопротивления,  $\omega_e$  – угловая скорость вращения Земли, а коэффициент  $k_a$  учитывает влияние других возмущений.

В разработанной методике для оценки параметров коррекций ССО сначала вычисляются векторы корректирующих импульсов скорости КА на основе импульсной теории, а затем рассчитывается их реализация с помощью ЭДУ малой тяги. При прогнозе движения спутника на предстоящем витке орбиты определяются моменты времени прохождения спутником перигея  $t_{\pi}$  и апогея  $t_{\alpha}$ , вычисляются параметры двух-импульсного перехода между круговыми

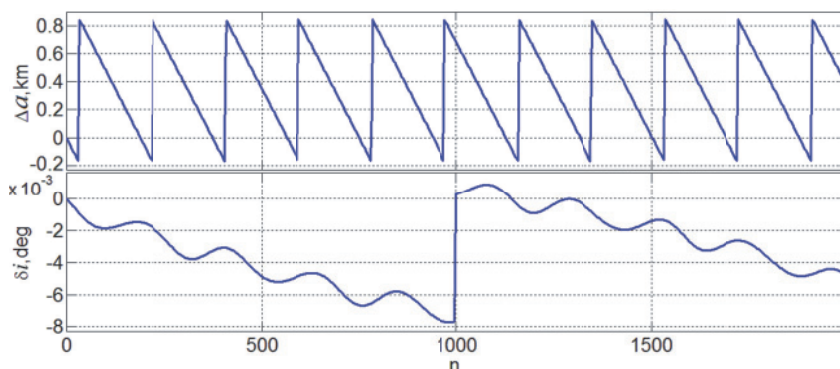


Рис. 4. Отклонения большой полуоси и наклонения ССО от их начальных значений

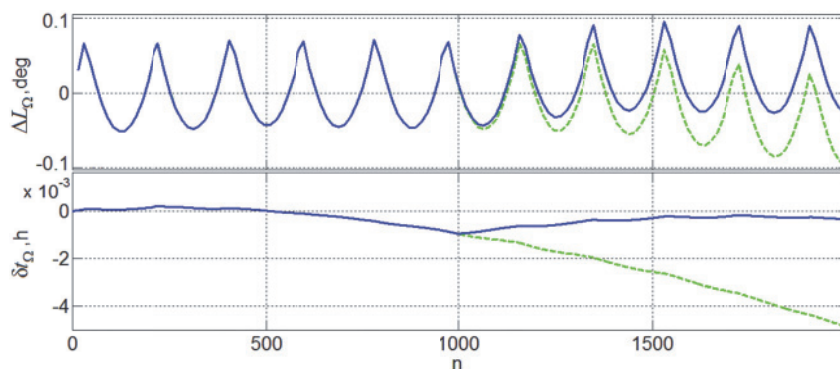


Рис. 5. Отклонения ДВУ и МССВ от номинальных значений при прохождении ВУ

орбитами, большие полуоси которых отличаются на  $\Delta a$ , и значения векторов импульсов скорости в перигее  $\Delta \mathbf{v}_\pi$  и апогее  $\Delta \mathbf{v}_\alpha$ . Эти векторы направлены по орту  $\boldsymbol{\tau}^\circ$  вектора скорости поступательного движения спутника.

Коррекция наклона орбиты выполняется при условии  $|\Delta i| \geq \Delta i^*$ , где  $\Delta i^*$  – граница допустимого отличия наклона от номинального значения 97,67 град. В этом случае такие импульсы вектора скорости КА формируются в узлах орбиты по направлению орта её бинормали.

Кратко представим результаты компьютерной имитации коррекции большой полуоси и наклона ССО с номинальной высотой 570 км полёта спутника массой 350 кг при таких данных:

- ЭДУ содержит два электрореактивных двигателя с суммарной тягой 0,58 Н, что позволяет выполнить любую коррекцию орбиты из указанного выше класса за 1 виток;

- площадь миделя КА равна 15 м<sup>2</sup>, коэффициент аэродинамического сопротивления  $c_x = 2,5$ ;

- в момент времени  $t_0 = 0$  назначены параметры орбиты  $e = 10^{-4}$ ,  $\omega_\pi = 0$ ,  $p = 6948,1359$  км и  $i = 97,64$  град, что отличается от значения  $i = 97,67$  град, которое обычно применяется [17] для минимизации  $|\Omega(t_0) - \alpha_s(t_0)|$ , где  $\alpha_s(t)$  – прямое восхождение среднего экваториального Солнца;

- расчетная дата 21.03.2023 г., начальные значения на первом витке  $a_1 = 6938,603$  км и  $i_1 = 97,645$  град, в момент времени  $t_0$  спутник находится в ВУ орбиты с долготой  $L_\Omega^* = 41,8$  град в ГСК и долготой  $\Omega = L_\Omega^* + S_\Omega$  в ИСК.

Изменения большой полуоси  $\Delta a = a - a_1$  и наклона  $\Delta i = i - i_1$  ССО в зависимости от номера  $n$  её витка представлены на рис. 4, а на рис. 5 – изменения ДВУ  $\Delta L_\Omega(t_\Omega)$  и местного среднего солнечного времени  $\delta t_\Omega = t_\Omega - t_{\Omega 1}$  в моменты времени прохождения ВУ на  $n$ -ом витке орбиты, см. также зелёные штриховые линии при отсутствии коррекции наклона.

Разработанный метод позволяет удерживать отклонение значений ВУ ССО в заданных пределах. Под воздействием гравитационных возмущений происходит регулярное смещение ДВУ  $\Delta L_\Omega(t)$  к западной границе допустимого диапазона, см.

Таблица 2

Характеристики работы ЭДУ и расход топлива				
Корректир. параметры	Период, сутки	Число в год	Длитель. включ. на витке, с	Расход в год, кг
$a$	12,54	29	339,77	0,329
$i$	66,71	5	638,17	0,0538
Всего	-	34	-	0,488

рис. 4. Выполненная на 1000-ом витке коррекция наклона приводит к восстановлению солнечной синхронности орбиты, стабилизации «амплитуды колебаний» как  $\Delta L_\Omega(t)$ , так и  $\delta t_\Omega$ .

Созданный метод обеспечивает поддержание суточной кратности, синхронности и стабильности МССВ. Получены численные оценки периодичности выполнения коррекций, длительности работы ЭДУ на витке и затрат топлива при выполнении описанных выше коррекций ССО, которые представлены в табл. 2.

### НАВЕДЕНИЕ МИНИ-СПУТНИКОВ

Ориентация мини-спутника в ИСК определяется кватернионом  $\Lambda$  и вектором  $\boldsymbol{\sigma} = \{\sigma_i\}$  модифицированных параметров Родрига (МПР), а ориентация в ОСК – углами рыскания  $\phi_1$ , крена  $\phi_2$  и тангажа  $\phi_3$ . Используются векторы угловой скорости  $\boldsymbol{\omega}$  и ускорения  $\boldsymbol{\varepsilon}$ . Корпус спутника считается твёрдым телом с массой  $m$  и тензором инерции  $\mathbf{J}$ , при векторах положения  $\mathbf{r}$  и скорости  $\mathbf{v}$  модель его движения в ИСК имеет вид

$$\mathbf{r}' + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} = \mathbf{v}; m(\mathbf{v}' + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}) = \mathbf{P}^e + \mathbf{F}^d;$$

$$\dot{\Lambda} = \Lambda \circ \boldsymbol{\omega} / 2; \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{G} = \mathbf{M}^g + \mathbf{M}^d.$$

Здесь вектор  $\mathbf{P}^e$  отражает тягу ЭДУ, вектор  $\mathbf{G} = \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{H}$ ,  $\mathbf{H}$  – вектор кинетического момента (КМ) СГК, вектор его управляющего момента  $\mathbf{M}^g = -\mathbf{H}'$ , векторы  $\mathbf{F}^d$  и  $\mathbf{M}^d$  представляют возмущающие силы и моменты, а  $(\cdot)'$  – символ локальной производной по времени.

Авторы создали аналитические методы синтеза законов наведения КА при сканирующей съемке, которые основаны на анализе СДИ наземных объектов на матрицах ОЭП, и алгоритмы углового наведения КА в виде набора гладко сопряжённых векторных сплайнов МПР  $\boldsymbol{\sigma}(t)$ .

Задача вычисления кватерниона  $\Lambda$  ориентации базиса  $\mathbf{B}$  в инерциальном базисе, векторов угловой скорости  $\boldsymbol{\omega}$  и ускорения  $\boldsymbol{\varepsilon}$  в виде явных функций на заданном интервале времени, решается на основе векторного сложения всех элементарных движений телескопа в ГСК с учетом текущей перспективы наблюдения при задании начальных координат наземного объекта и геодезического азимута  $A$  сканирования.

Для любой точки фокальной плоскости телескопа продольная  $\tilde{v}_y^i(\tilde{y}^i, \tilde{z}^i)$  и поперечная  $\tilde{v}_z^i(\tilde{y}^i, \tilde{z}^i)$  составляющие вектора нормированной СДИ вычисляются по аналитическому соотношению

$$\begin{bmatrix} \tilde{v}_y^i \\ \tilde{v}_z^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{y}^i & 1 & 0 \\ \tilde{z}^i & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q^i \tilde{v}_{e1}^s - \tilde{y}^i \omega_{e3}^s + \tilde{z}^i \omega_{e2}^s \\ q^i \tilde{v}_{e2}^s - \omega_{e3}^s - \tilde{z}^i \omega_{e1}^s \\ q^i \tilde{v}_{e3}^s + \omega_{e2}^s + \tilde{y}^i \omega_{e1}^s \end{bmatrix}.$$

Здесь векторы  $\boldsymbol{\omega}_e^s$  и  $\mathbf{v}_e^s$  представляют угловую скорость и скорость поступательного

движения КА в ГСК, матрица  $\tilde{C} = |\tilde{c}_j^i|$  определяет ориентацию телескопа в ГСК; функция  $D(t)$  представляет дальность наблюдения;  $\tilde{y}^i = y^i / f_e$  и  $\tilde{z}^i = z^i / f_e$  являются нормированными фокальными координатами при фокусном расстоянии телескопа  $f_e$ , функция  $q^i = 1 - (\tilde{c}_{21}\tilde{y}^i + \tilde{c}_{31}\tilde{z}^i) / \tilde{c}_{11}$  и компоненты вектора нормированной скорости перемещения КА определяются как  $\tilde{v}_{ei}^s = v_{ei}^s(t) / D(t)$ . Это соотношение применяется для вычисления компонентов кватерниона  $\Lambda$ , векторов  $\omega^s$  и МПР  $\sigma$ . Далее выполняется аппроксимация законов наведения набором гладко сопряжённых векторных сплайнов и аналитически получаются векторы  $\omega(t)$ ,  $\varepsilon(t)$  и  $\varepsilon'(t)$  для сканирующей оптико-электронной съёмки [18,19].

При двух смежных сканирующих маршрутах (СМ) с заданными краевыми условиями для кватерниона  $\Lambda$ , векторов  $\omega$ ,  $\varepsilon$  и также  $\varepsilon'$  в момент времени начала второго маршрута возникает задача поворотного манёвра (ПМ) спутника. Пространственные ПМ на заданном интервале времени  $t \in T_p \equiv [t_i^p, t_f^p]$ ,  $t_i^p \equiv t_i^p + T_p$  с краевыми условиями общего вида

$$\Lambda(t_i^p) = \Lambda_i; \omega(t_i^p) = \omega_i; \varepsilon(t_i^p) = \varepsilon_i;$$

$$\Lambda(t_f^p) = \Lambda_f; \omega(t_f^p) = \omega_f; \varepsilon(t_f^p) = \varepsilon_f,$$

$\varepsilon'(t_f^p) = \varepsilon'_f$  и ограничениями на координаты движения КА не единственны.

Разработанный авторами метод синтеза закона углового наведения КА при ПМ использует необходимые и достаточные условия разрешимости классической задачи Дарбу. Здесь кватернион  $\Lambda(t)$  представляется результатом векторного сложения трёх одновременных поворотов «вложенных» базисов  $E_k$  вокруг ортов  $e_k$  осей Эйлера в виде  $\Lambda(t) = \Lambda_1 \circ \Lambda_2(t) \circ \Lambda_3(t)$ .

Закон углового наведения КА представляется программными значениями кватерниона  $\Lambda^p(t)$ , векторов угловой скорости  $\omega^p(t)$  и ускорения  $\varepsilon^p(t)$ .

Рисунок 6 представляет результаты планирования площадной съёмки городов Поволжья (Волгоград и Нижний Новгород) и Северо-Западного региона (Вологда и Архангельск) в полосе обзора при изменении геодезической широты от 45.5 до 66 град. В этой полосе съёмку выполняет одна локальная группа трёх мини-

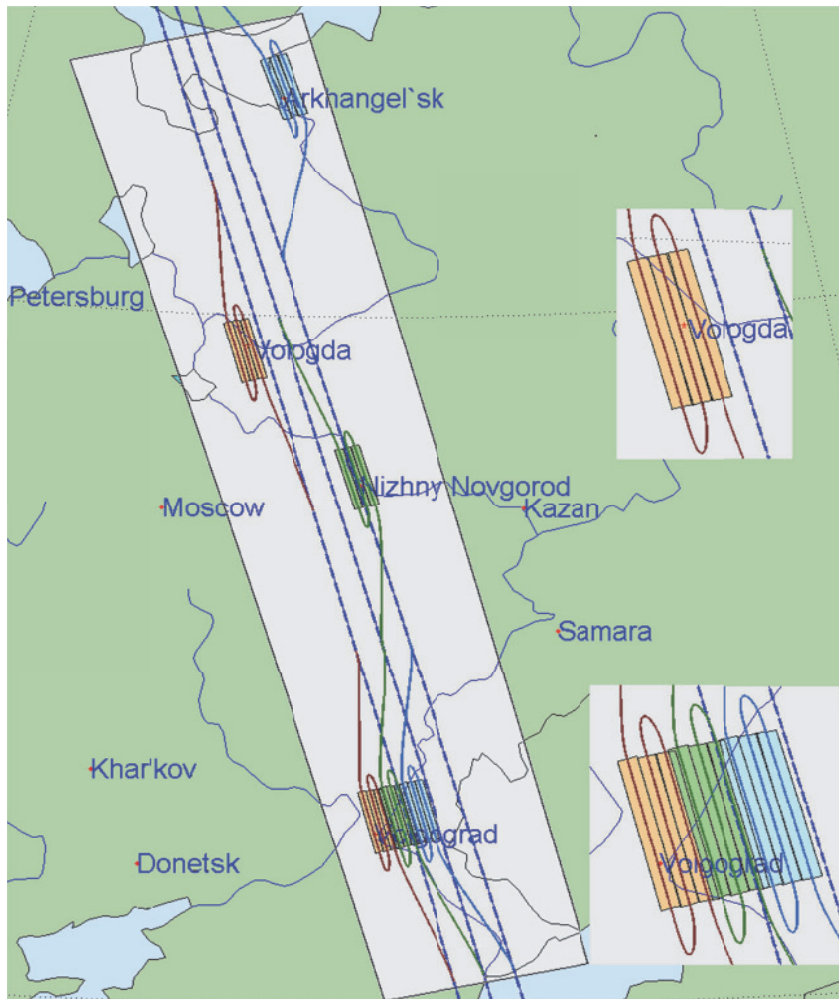


Рис. 6. Схема съёмки в полосе обзора с заданной вариацией геодезической широты

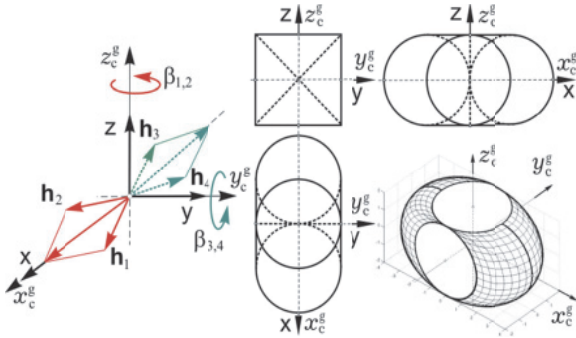


Рис. 7. Схема СГК и область вариации его КМ

спутников: левый КА#1, оранжевые сканы; центральный КА#2, зелёные сканы и правый КА#3, сканы голубого цвета.

Здесь демонстрируется свободное назначение целей наблюдения для каждого КА, например съёмка окрестностей Волгограда выполняется согласованно тремя мини-спутниками, а съёмка остальных трёх городов – отдельными КА.

### ЦИФРОВОЕ УПРАВЛЕНИЕ

В системе управления движением (СУД) мини-спутника применяется СГК с четырьмя ГД по известной кратной схеме 2-SPE, рис. 7. Вектор КМ  $p$ -го ГД  $\mathbf{h}_p(\beta_p) = \mathbf{h}_g \mathbf{h}_p(\beta_p)$ ,  $p = 1 \div 4$ , имеет орт  $\mathbf{h}_p$  и собственный кинетический момент  $\mathbf{h}_g$ , одинаковый для всех ГД. Вектор  $\mathbf{h}(\beta)$  нормированного КМ кластера гироскопов вычисляется как  $\mathbf{h}(\beta) = \sum \mathbf{h}_p(\beta_p)$ , где  $\beta = \{\beta_p\}$ , а вектор управляющего момента СГК формируется по соотношениям

$$\mathbf{M}^g = -\mathbf{H}' = -\mathbf{h}_g \mathbf{A}_h(\beta) \mathbf{u}^g, \dot{\beta} = \mathbf{u}_k^g$$

с цифровым управлением  $\mathbf{u}_k^g$  и матрицей  $\mathbf{A}_h(\beta) = \partial \mathbf{h}(\beta) / \partial \beta$ .

Кватерниону ошибки  $\mathbf{E} = (e_0, \mathbf{e}) = \tilde{\Lambda}^p \circ \Lambda$  при  $\mathbf{e} = \{e_i\}$  соответствуют матрица  $\mathbf{C}^e = \mathbf{I}_3 - 2[\mathbf{e} \times] \mathbf{Q}_e^t$  при  $\mathbf{Q}_e = \mathbf{I}_3 e_0 + [\mathbf{e} \times]$  и век-

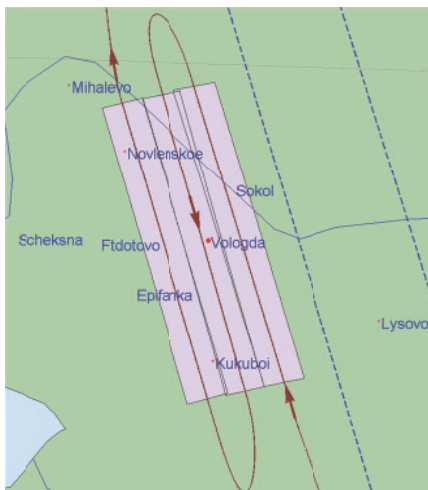


Рис. 8. Маршруты съёмки Волгоды на карте

тор ошибки ориентации  $\delta\phi = \{\delta\phi_i\} = 2e_0 \mathbf{e}$ . Столбец ошибки по угловой скорости вычисляется в виде  $\delta\omega = \{\delta\omega_i\} = \omega - \mathbf{C}^e \omega^p(t)$ .

При дискретной фильтрации вектора рассогласования  $\epsilon = -\delta\phi$  получают значения вектора  $\epsilon_k^f$  в моменты времени  $t_k$ ,  $k \in N_0 \equiv [0, 1, 2, \dots]$  с периодом  $T_u$ , которые применяются в рекуррентном дискретном законе управления кластером гироскопов

$$\mathbf{g}_{k+1} = \mathbf{B} \mathbf{g}_k + \mathbf{C} \epsilon_k^f; \quad \tilde{\mathbf{m}}_k = \mathbf{K}(\mathbf{g}_k + \mathbf{P} \epsilon_k^f);$$

$$\mathbf{M}_k^g = \omega_k \times \mathbf{G}_k + \mathbf{J}(\mathbf{C}_k^e \epsilon_k^p + [\mathbf{C}_k^e \omega_k^p \times] \omega_k + \tilde{\mathbf{m}}_k).$$

Здесь вектор  $\mathbf{G}_k = \mathbf{J} \omega_k + \mathbf{H}_k$  и для исключения проблемы избыточности кластера ГД вектор его управляющего момента  $\mathbf{M}_k^g$  формируется с использованием явного распределения КМ СГК и далее «пересчитывается» в вектор  $\mathbf{u}_k^g$  цифровых команд для угловых скоростей ГД [20].

### КОМПЬЮТЕРНАЯ ИМИТАЦИЯ

Компьютерная имитация работы СУД мини-спутника массой  $m = 350$  кг и тензором инерции  $\mathbf{J} = \text{diag}(438, 240, 390)$  кгм<sup>2</sup> на ССО высотой 570 км выполнена при съёмке окрестностей Вологды (рис. 8) с применением ГД с КМ  $\mathbf{h}_g = 30$  Нмс и периодом цифрового управления  $T_u = 1/8$  с. Закон углового наведения мини-спутника #1 в первой локальной группе (см. рис 6) при такой площадной сканирующей съёмке представлен на рис. 9, а временные характеристики и направления сканов – в табл. 3.

Ошибки СУД по углам и скоростям, а также угловые скорости ГД, приведены на рис. 10, где сиреневым цветом выделены временные интервалы трёх сканирующих маршрутов, см. табл. 3. Отметим, что СМ #2 выполняется с реверсом накопления электронного изображения на матрицах ОЭП, когда модуль программной угловой скорости КА по тангажу достигает большого постоянного значения, см. рис. 9, красный

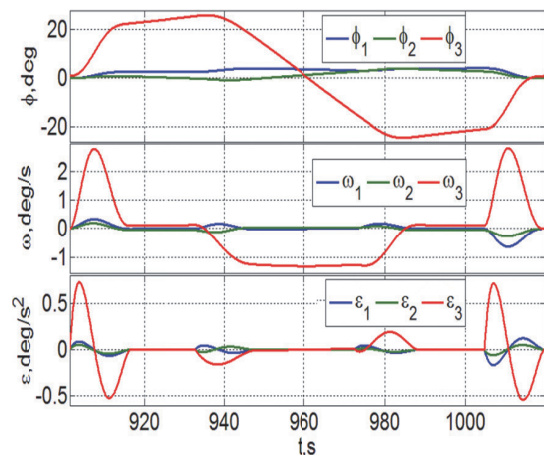


Рис. 9. Закон наведения КА при съёмке Волгоды



Таблица 3

Временные характеристики сканов при съёмке Вологды			
Скан #	Начало, с	Конец, с	Длительность, с
1 ↑	916.6875	932.875	16.2
2 ↓	947.6250	988.563	40.9
3 ↑	973.4375	1004.750	31.3

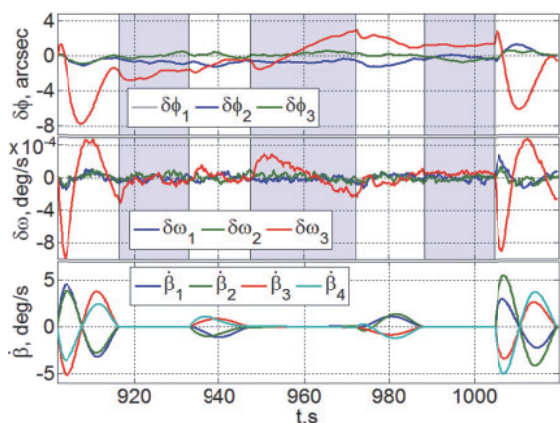


Рис. 10. Ошибки СУД и скорости ГД

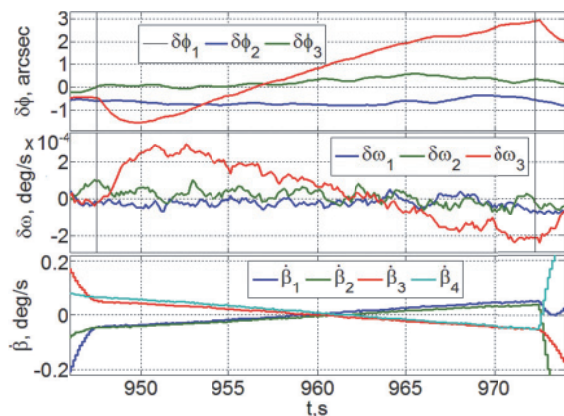


Рис. 11. СМ #2, ошибки СУД и скорости ГД

цвет. Детали этого эффекта представлены на рис. 11. Уменьшение ошибок при выполнении таких маршрутов достигается введением астатизма в канале тангажа СУД.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследованы задачи построения низкоорбитальных группировок мини-спутников для регионального землеобзора с поддержанием их солнечно-синхронных орбит на длительных временных интервалах при коррекции орбитального движения электрореактивными двигательными установками малой тяги. Здесь впервые применяются полосы доступного землеобзора с наборами локальных групп мини-спутников, которые могут перестраиваться

для наблюдения за развитием чрезвычайных ситуаций (наводнений, пожаров) с заданным интервалом повторяемости. Разработаны модификации авторских законов управления мини-спутниками при съёмке заданных территорий.

Представлены результаты планирования съёмки городов России и компьютерной имитации процессов управления мини-спутниками, которые демонстрируют эффективность созданных цифровых алгоритмов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Rodriguez-Donaire S. et al. Earth observation technologies: low-end-market disruptive innovation. *Satellites Missions and Technologies for Geosciences*. IntechOpen. 2020, ch. 7. P. 1–15.
- Lappas V., Kostopoulos V. A survey on small satellite technologies and space missions for geodetic applications. *Satellites Missions and Technologies for Geosciences*. IntechOpen. 2020, ch. 8. P. 1–22.
- Crisp N. et al. System modelling of very low earth orbit satellites for Earth observation. *Acta Astronaut.* 2021, vol. 187. P. 475–491.
- Эльясберг П.Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. М.: Наука, 1965. 540 с.
- Можаев Г.В. Синтез орбитальных структур спутниковых систем. М.: Машиностроение, 1989. 303 с.
- Battin R. An Introduction to the mathematics and methods of astrodynamics. New York: AIAA Education Series. 1999. 796 p.
- Баранов А.А. Маневрирование космических аппаратов в окрестности круговой орбиты. М.: Спутник+. 2016. 512 с.
- Vallado D. Fundamentals of astrodynamics and applications. Hawthorne: Microcosm Press. 2020. 1135 p.
- Curtis H. Orbital mechanics for engineering students. Butterworth-Heinemann: Elsevier. 2020. 946 p.
- Ван Лицзе, Баранов А.А. Оптимальное удержание космического аппарата с двигателями малой тяги на солнечно-синхронной орбите // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2015, №2. С. 68–83.
- Улыбышев С.Ю. Применение солнечно-синхронных орбит для космического аппарата оперативного глобального мониторинга // Космические исследования. 2016, том 54, № 6. С. 486–492.
- Razoumny Yu. Fundamentals of the route theory for satellite constellation design for Earth discontinuous coverage, *Acta Astronaut.* 2016, vol. 128; 129, pp. 722–740, 741–758; 447–458, 459–465.
- Кичигина О.К. Оптимизация условий формирования двигателями малой тяги кратной солнечно-синхронной орбиты с устойчивым профилем высоты при ограничениях на управление // Космическая техника и технологии. 2016, № 2(13). С. 80–89.
- Виноградов Д.Ю., Давыдов Е.А. Методика формирования устойчивых околокруговых солнечно-синхронных орбит при длительных сроках существования космического аппарата // Инженерный журнал: наука и инновации. 2017, № 6 (66). С. 1–22.
- Михайловский К.В., Городецкий М.А. Разработка методики определения коррекции параметров рабочей орбиты космического аппарата дистан-

- ционного зондирования Земли // Вестник РУДН. Сер. Инженерные исследования. 2017, том 18, № 3. С. 361–372.
16. Улыбышев С.Ю., Лысенко А.А. Проектирование спутниковых систем оперативного глобального мониторинга с суточной кратностью повторения трассы полёта // Космические исследования. 2019, том 57, № 3. С. 229–238.
  17. Чернов А.А., Чернявский Г.М. Орбиты спутников дистанционного зондирования Земли. М.: Радио и связь. 2004. 200 с.
  18. Сомов Е.И., Бутырин С.А., Сомова Т.Е. Автономное наведение и управление мини-спутниками в низкоорбитальной группировке при площадной сканирующей съемке // Материалы XXX юбилейной Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. 2023. С. 341–345.
  19. Сомов Е.И., Бутырин С.А., Сомов С.Е., Сомова Т.Е. Согласованное наведение и управление мини-спутниками в низкоорбитальных группировках космического землеобзора // Известия Самарского научного центра РАН. 2023, том 25, № 2. С. 88–96.
  20. Matrosov V., Somov Ye. Nonlinear problems of spacecraft fault tolerant control systems. *Nonlinear Problems in Aviation and Aerospace*, vol. 12: *Advanced in Dynamics and Control*, S. Sivasundaram Ed., CRC Press / Taylor & Francis. 2004. P. 309–331.

## METHODS OF GUIDANCE AND MOTION CONTROL OF MINI-SATELLITES IN REGIONAL EARTH SURVEY CONSTELLATIONS

© 2024 Ye.I. Somov<sup>1,2</sup>, S.A. Butyrin<sup>1,2</sup>, S.Ye. Somov<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Samara Federal Research Center, Russian Academy of Sciences, Samara, Russia

<sup>2</sup> Samara State Technical University, Samara, Russia

Problems on the ballistic structure of low-orbit mini-satellite constellations for regional survey, problems of maintaining their sun-synchronous orbits, guidance and control of the mini-satellites spatial movement in such constellations are considered. The developed guidance and digital control algorithms are briefly presented, as well as the results of computer simulation demonstrating their effectiveness.

*Key words:* mini-satellite constellation, regional Earth review, guidance and motion control.

DOI: 10.37313/1990-5378-2024-26-4-150-160

EDN: DZWIST

## REFERENCES

1. *Rodriguez-Donaire S. et al.* Earth observation technologies: low-end-market disruptive innovation. *Missions and Technologies for Geosciences*. IntechOpen. 2020, ch. 7. P. 1–15.
2. *Lappas V., Kostopoulos V.* A survey on small satellite technologies and space missions for geodetic applications. *Satellites Missions and Technologies for Geosciences*. IntechOpen. 2020, ch. 8. P. 1–22.
3. *Crisp N. et al.* System modelling of very low earth orbit satellites for Earth observation. *Acta Astronaut.* 2021, vol. 187. P. 475–491.
4. *El'yasberg P.E.* Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. М.: Наука, 1965. 540 с.
5. *Mozhaev G.V.* Синтез орбитальных структур спутниковых систем. М.: Mashinostroenie, 1989. 303 с.
6. *Battin R.* An Introduction to the mathematics and methods of astrodynamics. New York: AIAA Education Series. 1999. 796 p.
7. *Baranov A.A.* Маневрирование космических аппаратов в окрестности круговой орбиты. М.: Спутник+. 2016. 512 с.
8. *Vallado D.* Fundamentals of astrodynamics and applications. Hawthorne: Microcosm Press. 2020. 1135 p.
9. *Curtis H.* Orbital mechanics for engineering students. Butterworth-Heinemann: Elsevier. 2020. 946 p.
10. *Van Licze, Baranov A.A.* Optimal'noe uderzhanie kosmicheskogo apparata s dvigatelyami maloj tyagi na solnechno-sinhronnoj orbite // Vestnik MGTU im. N.E. Bauman. Ser. Mashinostroenie. 2015, №2. S. 68–83.
11. *Ulybyshev S.Yu.* Primenenie solnechno-sinhronnyh orbit dlya kosmicheskogo apparata operativnogo global'nogo monitoringa // Kosmicheskie issledovaniya. 2016, tom 54, № 6. С. 486–492.
12. *Razoumny Yu.* Fundamentals of the route theory for satellite constellation design for Earth discontinuous coverage, *Acta Astronaut.* 2016, vol. 128; 129, pp. 722–740, 741–758; 447–458, 459–465.
13. *Kichigina O.K.* Optimizaciya uslovij formirovaniya dvigatelyami maloj tyagi kratnoj solnechno-sinhronnoj orbity s ustojchivym profilom vysoty pri ogranicheniyah na upravlenie // Kosmicheskaya tekhnika i tekhnologii. 2016, № 2(13). S. 80–89.
14. *Vinogradov D.Yu., Davydov E.A.* Metodika formirovaniya ustojchivyh okolo krugovyh solnechno-sinhronnyh orbit pri dlitel'nyh srokah sushchestvovaniya kosmicheskogo apparata // Inzhenernyj zhurnal: nauka i innovacii. 2017, № 6 (66). S. 1–22.
15. *Mihajlovskij K.V., Gorodeckij M.A.* Razrabotka metodiki opredeleniya korekcii parametrov rabochej orbity kosmicheskogo apparata distancionnogo zondirovaniya Zemli // Vestnik RUDN. Ser. Inzhenernye issledovaniya. 2017, tom 18, № 3. S. 361–372.
16. *Ulybyshev S.Yu., Lysenko A.A.* Proektirovanie sputnikovyh sistem operativnogo global'nogo

- monitoringa s sutochnoj kratnost'yu povtoreniya trassy polyota // Kosmicheskie issledovaniya. 2019, tom 57, № 3. С. 229–238.
17. Chernov A.A., Chernyavskij G.M. Orbitsy sputnikov distancionnogo zondirovaniya Zemli. M.: Radio i svyaz'. 2004. 200 с.
  18. Somov E.I., Butyrin S.A., Somova T.E. Avtonomnoe navedenie i upravlenie mini-sputnikami v nizkoorbital'noj gruppировке pri ploshchadnoj skaniruyushchej s'emke // Materialy XXX yubi-lejnoj Sankt-Peterburgskoj mezhdunarodnoj konferencii po integrirovannym navigacionnym sistemam. 2023. S. 341–345.
  19. Somov E.I., Butyrin S.A., Somov S.E., Somova T.E. Soglasovannoe navedenie i upravlenie mini-sputnikami v nizkoorbital'nyh gruppировках kosmicheskogo zemleobzora // Izvestiya Samarskogo nauchnogo centra RAN. 2023, tom 25, № 2. S. 88–96.
  20. Matrosov V., Somov Ye. Nonlinear problems of spacecraft fault tolerant control systems. Nonlinear Problems in Aviation and Aerospace, vol. 12: Advanced in Dynamics and Control, S. Sivasundaram Ed., CRC Press / Taylor & Francis. 2004. P. 309–331.

---

*Yevgeny Somov, Leading Researcher of Department "Dynamics and Motion Control", Samara Federal Research Scientific Center, Russian Academy of Sciences; Head of Department for "Navigation, Guidance, and Motion control", Research Institute for Problems of Mechanical Systems Reliability, Samara State Technical University. E-mail: e\_somov@mail.ru*

*Sergey Butyrin, Senior Researcher of Department "Dynamics and Motion Control", Samara Federal Research Scientific Center, Russian Academy of Sciences; Head of Laboratory for "Modeling of Control Systems", Research Institute for Problems of Mechanical Systems Reliability, Samara State Technical University. E-mail: butyrinsa@mail.ru*

*Sergey Somov, Researcher of Department "Dynamics and Motion Control", Samara Federal Research Centre, Russian Academy of Sciences; Researcher of Department "Navigation, Guidance, and Motion Control", Research Institute for Problems of Mechanical Systems Reliability, Samara State Technical University. E-mail: s\_somov@mail.ru*