УДК 539.538

# ПОВЫШЕНИЕ КАЧЕСТВА КОМПЬЮТЕРНОЙ МОДЕЛИ ИЗНАШИВАНИЯ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ ПАРЫ ТРЕНИЯ ПУТЕМ УВЕЛИЧЕНИЯ ЕЁ АДЕКВАТНОСТИ

© 2024 Д.Н. Журавлёв, А.И. Боровков

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия

Статья поступила в редакцию 11.04.2024

В статье описан процесс повышения качества компьютерной модели изнашивания, основанной на законе Арчарда, для осесимметричной пары трения. Одними из распространенных представителей таких пар трения являются камневые опоры («игла-подпятник»), применяемые как в измерительных приборах, так и в различных роторных системах. За метрику качества рассматриваемой математической модели принята ее адекватность – уровень соответствия реальному процессу. В качестве мер по улучшению адекватности модели рассмотрены учет зависимостей параметров модели, изменяющихся в процессе изнашивания, а также предложен способ модификации исходной модели для возможности вычисления износа на оси вращения пары трения. Приведены примеры, основанные на численном моделировании износоконтактных задач для пар трения с известными аналитическими оценками величины износа, показывающие важность учета указанных выше параметров и явлений. Численное моделирование процесса изнашивания проводилось в САЕ системе ANSYS Mechanical. Применение более адекватной компьютерной модели повысить качество конечного изделия.

*Ключевые слова*: повышение качества, адекватность, компьютерная модель, износконтактная задача. DOI: 10.37313/1990-5378-2024-26-3-84-92 EDN: CJMYPN

#### **ВВЕДЕНИЕ**

Камневые опоры – один из классов осесимметричных пар трения – являются распространенными и важными узлами многих измерительных приборов, а также применяются в различных роторных системах (кинетические накопители энергии, газовые центрифуги и пр.). Ввиду высоких скоростей вращения таких устройств и длительного срока их эксплуатации решение износоконтактной задачи на этапе проектирования является важной составляющей обеспечения качества изделий.

В настоящее время цифровое проектирование и моделирование является неотъемлемой частью процесса разработки и производства новых изделий [1]. Для достижения требуемых показателей качества конечной продукции в рамках парадигмы цифрового проектирования должно быть обеспечено качество компьютерных и математических моделей, применяемых на этапе разработки изделий. Повышение качества моделей на этапе проектирования позволяет минимизировать затраты на возможные изменения, вносимые в конечную продукцию [2].

Журавлёв Дмитрий Николаевич, аспирант.

*E-mail: zhuravlev@compmechlab.ru* 

В широком смысле под качеством понимают степень, с которой совокупность присущих характеристик объекта, соответствует требованиям [3]. Качество компьютерной модели может быть оценено с точки зрения [4]:

- корректности – степени соответствия модели спецификациям;

- надежности – степени, в которой можно ожидать, что модель будет выполнять свою предполагаемую функцию с требуемой точностью;

 эффективности – объема вычислительных ресурсов и кода, требуемых моделью для выполнения своей функции;

 - цельности – степени, в которой можно контролировать доступ к модели и данным неавторизованных лиц;

- удобства пользования – усилий необходимых для изучения, эксплуатации, подготовки входных данных и интерпретации выходных данных модели;

 ремонтопригодности – усилий, необходимых для обнаружения и исправления ошибки в модели;

- тестируемости – усилий, необходимых для тестирования модели, чтобы убедиться, что она выполняет свою предназначенную функцию;

- гибкости – усилий, необходимых для модификации модели;

 переносимости – усилий, необходимых для переноса модели с одной аппаратной и/или программной системной платформы на другую;

Боровков Алексей Иванович, кандидат технических наук, профессор Высшей школы «Механика и процессы управления». E-mail: borovkov@compmechlab.ru

стороны и свойствами материала и контактны-

$$\dot{w} = \frac{K}{H} p^m v^n, \qquad (1)$$

где *w* – скорость износа;

ми условиями с другой:

дации моделей.

- возможности повторного использования К – безразмерный коэффициент износа; - степени, в которой модель или части модели

*Н* – поверхностная твердость материала;

p – контактное давление;

*v* – скорость относительного скольжения контактных поверхностей;

*m*, *n* – безразмерные коэффициенты.

С учетом квазистационарности процесса изнашивания на рассматриваемом интервале времени и постоянства действующих нагрузок выражение (1) может быть модифицировано для использования в стационарной постановке [9...13] в случае наличия осевой симметрии:

$$\Delta w_{(i)} = \frac{K}{H} p_{(i)}^m \left( r \tilde{\omega}_{(i)} \right)^n \Delta t_{(i)}, \qquad (2)$$

где  $\Delta w_i$  – приращение величины износа на i-й итерации;

 $\Delta t_i$  – инкремент, соответствующий і-й итерации;

r – расстояние от оси вращения до текущей точки контактной поверхности;

 $\tilde{\omega}_i$  – угловая скорость, соотносящаяся с количеством оборотов, моделируемым в рамках текущей итерации следующим соотношением:

$$\tilde{\omega}_{(i)} = 2\pi \frac{\Delta N_{(i)}}{\Delta t_{(i)}}.$$
(3)

Предполагается, что в выражении (2) параметры материала являются постоянными величинами.

## УЧЕТ ИЗМЕНЕНИЯ ТВЕРДОСТИ ПО ГЛУБИНЕ МАТЕРИАЛА

В действительности, параметры материала, в частности, твердость, не являются постоянными величинами и могут менять свои значения в процессе изнашивания. Так, существует зависимость твердости от глубины, причем для многих материалов значение твердости падает с удалением вглубь от поверхности [14...25]. Существуют, однако, и иные зависимости для ряда материалов [26...28], проявляющиеся на уровне микро- и нанотвердости.

В ряде случаев существуют аналитические оценки зависимости твердости от глубины, например,  $H(d) \propto d^{-1}$ . В более общем случае указанную зависимость можно аппроксимировать полиномом, как это показано на рисунке 2.

Такая модель позволит, в том числе, учесть изменение твердости при истирании пленочных покрытий, без непосредственного моделирования их разрушения.

Учет изменения значения твердости материала в процессе изнашивания контактной поверхности, очевидно, повышает адекватность модели.



Рис. 1. Уровни адекватности моделей

делей и количеством ресурсов, необходимым

для их достижения, а также соотношение с

реальным моделируемым изделием. В ка-

честве ресурсов в данном случае могут быть

время, необходимое на реализацию тех или

иных методик, повышающих адекватность

модели, а также наличие достоверных экспе-

риментальных данных для проведения вали-

БАЗОВАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

ПРОЦЕССА ИЗНАШИВАНИЯ

применяемым в рассматриваемой компью-

терной модели изнашивания, является закон

Арчарда [6...8], устанавливающий связь между

количеством изношенного материала с одной

Основным определяющим соотношением,

На рисунке 1 качественно показана взаимосвязь между уровнями адекватности мо-

могут быть повторно использованы в других

необходимых для сопряжения одной модели с

компьютерной модели будем рассматривать

её адекватность - соответствие модели мо-

делируемому изделию, процессу или явле-

нию по обоснованному перечню характери-

- функциональной совместимости – усилий,

В данной работе в роли метрики качества

приложениях;

другой.

стик [5].





## УЧЕТ ЗАВИСИМОСТИ ТВЕРДОСТИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

Твердость сталей [29, 30], медных [31, 32] и алюминиевых [33...35] сплавов, керамических материалов [36, 37] изменяется также при повышении температуры, и для широкого спектра материалов данная зависимость может быть аппроксимирована полиномиальной функцией.



Температура

# **Рис. 3.** Типичный вид зависимости твердости от температуры

Предполагается, что система является термодинамически замкнутой, и весь тепловой поток, генерируемый на контактной поверхности вследствие трения, и вычисляемый как [38]:

$$q = \mu p v, \qquad (4)$$

где *μ* – коэффициент трения, распределяется между взаимодействующими телами без потерь.

В данной работе зависимость твердости от температуры вычисляется в рамках решения стационарной задачи прочности, а значение температуры контактной поверхности оценивается на основе аналитического решения одномерной нестационарной задачи теплопроводности.



**Рис. 4.** Расчетная схема одномерной задачи теплопроводности

Решением данной нестационарной задачи теплопроводности является зависимость температуры поверхности от времени, определяемая соотношением:

$$\Theta(t) = -\frac{4}{\pi^2 \kappa} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2aq + \pi \kappa (-1)^n (1+2n) (\Theta_a - \Theta_0)}{(1+2n)^2} e^{-\frac{\pi \kappa (1+2n)}{4a^2 c_\rho} t} + \Theta_a + \frac{aq}{\kappa},$$
(5)

где  $\Theta$  – температура одномерной области в начальный момент времени;

 $\Theta_a$  – температура на границе одномерной области;

а – размер одномерной области;

*q* – величина теплового потока;

с – удельная теплоемкость материала;

 $\kappa$  – коэффициент теплопроводности материала;

 $\rho$  – плотность материала;

*n* – индекс суммирования.

В рамках численной реализации данной зависимости количество суммируемых слагаемых определялось путем исследования сходимости ряда в (5), а также принималось во внимание быстродействие алгоритма.

Учет изменения твердости поверхности при фрикционном нагреве, особенно в случае работы пары трения при недостатке смазочных материалов, может существенно повлиять на определяемое значение износа, а следовательно, также повышает адекватность рассматриваемой модели.

## ВОЗМОЖНОСТЬ ВЫЧИСЛЕНИЯ ВЕЛИЧИНЫ ИЗНОСА НА ОСИ ВРАЩЕНИЯ

Модель (2) обладает весьма существенным недостатком: поскольку скорость относительного скольжения контактных поверхностей вычисляется как произведение радиальной координаты на угловую скорость вращения, то величина износа на оси вращения оказывается равной нулю.

В качестве интерпретации ненулевого износа на оси вращения, оставаясь в рамках линейной зависимости напряжений от деформаций (модели упругого материала), предположим наличие малых колебаний оси вращения [39...43].



**Рис. 5.** Гипотеза о малых колебаниях оси вращения

Предполагаемое движение точки на вращающейся поверхности пары трения показано на рисунке 5: помимо вращения точки с радиальной координатой *r* вокруг оси с угловой скоростью ω добавляется круговое движение с амплитудой δ и угловой скоростью ξ вокруг текущего положения.

Амплитуда вектора линейной скорости точки в таком случае вычисляется как:

$$v = \sqrt{r^2 \omega^2 + \delta^2 \xi^2 + 2r\omega \delta \xi \cos(\omega - \xi)t} .$$
 (6)

Для вычисления величины износа поверхности при больших количествах оборотов в стационарной постановке требуется провести осреднение значения скорости относительного скольжения контактирующих поверхностей [44]:

$$\overline{v} = \frac{2}{\pi} \left( r\omega + \delta\xi \right) E \left( \frac{2\sqrt{r\omega\delta\xi}}{r\omega + \delta\xi} \right), \tag{7}$$

где Е – полный эллиптический интеграл второго рода.

На рисунке 6 показано распределение средней скорости скольжения  $\bar{v}$  в зависимости от



Рис. 6. Средняя скорость

компонент окружного ( $r\omega$ ) и колебательного ( $\delta \zeta$ ) движений.

Введение описанных физически обоснованных предположений позволяет вычислять износ на оси вращения осесимметричной пары трения в стационарной постановке, повышая тем самым адекватность модели.

# ВЛИЯНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ТВЕРДОСТИ В ПРОЦЕССЕ ИЗНАШИВАНИЯ НА ВЕЛИЧИНУ ИЗНОСА

Для оценки влияния изменения твердости в процессе изнашивания вследствие фрикционного нагрева и изменения твердости по толщине материала на величину износа, проведем сравнение решений модельных задач для материалов с постоянной и переменной твердостью.

Задача об износе конической поверхности (рис 7) имеет аналитическое решение [45]:

$$W = \frac{1}{2} \frac{K}{H} \frac{F}{\cos\varphi} \left( R_i + R_o \right) \omega t , \qquad (8)$$



Рис. 7. Износ конической поверхности



Рис. 8. Износ сплошного цилиндра

#### где *W* – объемный износ;

*F* – действующая нагрузка;

 $\varphi$  – угол наклона образующей конической поверхности;

*R*<sub>*i*</sub> – внутренний радиус контактной поверхности;

 $R_{_o}$  – наружный радиус контактной поверхности.

Задача об износе сплошного цилиндра (рис 8) имеет приближенное решение [46]:

$$W \cong \frac{1}{2} \frac{K}{H} FR\omega t , \qquad (9)$$

где *R* – радиус цилиндра.

На рисунках 9 и 10 показаны зависимости объёмного износа от числа совершенных контактной парой оборотов. Видно, что учет фрик-



**Рис. 9.** Учет зависимости твердости от температуры в задаче об износе конической поверхности

ционного нагрева и, как следствие, уменьшения значения твердости поверхности в процессе изнашивания, может существенным образом повлиять на результат расчета износостойкости пары трения.

Следует отметить, что приведенные результаты получены на модельных задачах и с использованием произвольных параметров материалов и предложенных моделей. Для определения соответствующих зависимостей реальных материалов могут потребоваться длительные и весьма трудоемкие натурные испытания, однако при проектировании критических узлов ответственных агрегатов такие дополнительные затраты будут обоснованными.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках проведенных исследований повышена адекватность и, как следствие, качество компьютерной модели изнашивания осесимметричной пары трения.

Учтены явления изменения свойств материала в процессе изнашивания, вызванные фрикционным нагревом и их неоднородностью по глубине материала.

Реализована возможность вычисления износа на оси вращения в рамках упругой модели материала с использованием закона Арчарда.

Применение модели с более высоким уровнем адекватности на этапе проектирования позволит в конечном итоге повысить качество выпускаемой продукции, поскольку на раннем этапе могут быть выявлены и устранены недостатки конструкции.





### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Боровков, А.И. Новая парадигма цифрового проектирования и моделирования глобально конкурентноспособной продукции нового поколения. Цифровое производство: методы, экосистемы, технологии. Рабочий доклад департамента корпоративного обучения Московской школы управления Сколково / А.И. Боровков, Ю.А. Рябов, В.М. Марусева. – 2018. – С.24-44,
- N. S. Rodionov and L. I. Tatarnikova, "Digital twin technology as a modern approach to quality management," E3S Web of Conferences, vol. 284, p. 04013, Jan. 2021, doi: 10.1051/e3sconf/202128404013.
- 3. ISO 9000:2015. Quality management systems. Fundamentals and vocabulary
- 4. *H. Scholten and A. J. U. T. Cate*, "Quality assessment of the simulation modeling process," Computers and

Electronics in Agriculture, vol. 22, no. 2–3, pp. 199–208, Apr. 1999, doi: 10.1016/s0168-1699(99)00018-6.

- ГОСТ Р 57700.37-2021. Компьютерные модели и моделирование. Цифровые двойники изделий. Общие положения
- J. F. Archard, "Contact and rubbing of flat surfaces," Journal of Applied Physics, vol. 24, no. 8, pp. 981– 988, Aug. 1953, doi: 10.1063/1.1721448.
- 7. *J. F. Archard and W. P. Hirst,* "The wear of metals under unlubricated conditions," Proceedings of the Royal Society of London, vol. 236, no. 1206, pp. 397–410, Aug. 1956, doi: 10.1098/rspa.1956.0144.
- 8. Theory Reference. ANSYS Inc. 2020
- 9. V. Hegadekatte, S. Kurzenhauser, N. Huber, and O. Kraft, "A predictive modeling scheme for wear in tribometers," Tribology International, vol. 41, no. 11, pp. 1020–1031, Nov. 2008, doi: 10.1016/j. triboint.2008.02.020.
- P. Podra and S. Andersson, "Simulating sliding wear with finite element method," Tribology International, vol. 32, no. 2, pp. 71–81, Feb. 1999, doi: 10.1016/ s0301-679x(99)00012-2.
- 11. A. Soderberg and S. Andersson, "Simulation of wear and contact pressure distribution at the pad-torotor interface in a disc brake using general purpose finite element analysis software," Wear, vol. 267, no. 12, pp. 2243–2251, Dec. 2009, doi: 10.1016/j. wear.2009.09.004.
- X. Dai, K. Zhang, and C. Tang, "Friction and wear of pivot jewel bearing in oil-bath lubrication for high rotational speed application," Wear, vol. 302, no. 1–2, pp. 1506–1513, Apr. 2013, doi: 10.1016/j. wear.2013.01.032.
- A. Bastola, D. Stewart, and D. Dini, "Three-dimensional finite element simulation and experimental validation of sliding wear," Wear, vol. 504–505, p. 204402, Sep. 2022, doi: 10.1016/j.wear.2022.204402.
- 14. A. Amini, W. Yan, and Q. Sun, "Depth dependency of indentation hardness during solid-state phase transition of shape memory alloys," Applied Physics Letters, vol. 99, no. 2, Jul. 2011, doi: 10.1063/1.3603933.
- F. Alisafaei and C. E. Han, "Indentation depth dependent mechanical behavior in polymers," Advances in Condensed Matter Physics, vol. 2015, pp. 1–20, Jan. 2015, doi: 10.1155/2015/391579.
- 16. F. Alisafaei, C. E. Han, and S. H. R. Sanei, "On the time and indentation depth dependence of hardness, dissipation and stiffness in polydimethylsiloxane," Polymer Testing, vol. 32, no. 7, pp. 1220–1228, Oct. 2013, doi: 10.1016/j.polymertesting.2013.07.013.
- H. Gao, Y. Huang, and W. D. Nix, "Modeling plasticity at the micrometer scale," The Science of Nature, vol. 86, no. 11, pp. 507–515, Nov. 1999, doi: 10.1007/ s001140050665.
- S. Kucharski, D. M. Jarzabek, P. Anna, and S. Wozniacka, "Decrease of nano-hardness at ultra-low indentation depths in copper single crystal," Experimental Mechanics, Nov. 2015, doi: 10.1007/s11340-015-0105-2.
- Y. Liu and A. H. W. Ngan, "Depth dependence of hardness in copper single crystals measured by nanoindentation," Scripta Materialia, vol. 44, no. 2, pp. 237–241, Feb. 2001, doi: 10.1016/s1359-6462(00)00598-4.
- 20. P. Zhu, Y. Zhao, S. Agarwal, J. Henry, and S. J. Zinkle,

"Toward accurate evaluation of bulk hardness from nanoindentation testing at low indent depths," Materials & Design, vol. 213, p. 110317, Jan. 2022, doi: 10.1016/j.matdes.2021.110317.

- 21. X. Xiao, Q. Chen, H. Yang, H. Duan, and J. Qu, "A mechanistic model for depth-dependent hardness of ion irradiated metals," Journal of Nuclear Materials, vol. 485, pp. 80–89, Mar. 2017, doi: 10.1016/j. jnucmat.2016.12.039.
- 22. *Terent'ev V.F., Michugina M.S., Kolmakov A.G., Kvedaras V., Ciuplys V., Ciuplys A., Vilys J.* The effect of nitriding on fatigue strength of structural alloys. Mechanika, 64 (2), 2007.
- R. Sagaro, J. S. Ceballos, A. B. Ortega, and J. Mascarell, "Tribological behaviour of line hardening of steel U13A with Nd:YAG laser," Wear, vol. 225–229, pp. 575–580, Apr. 1999, doi: 10.1016/s0043-1648(99)00080-0.
- 24. L. Veleva, P. Hahner, A. Dubinko, T. Khvan, D. Terentyev, and A. Ruiz, "Depth-Sensing Hardness Measurements to Probe Hardening Behaviour and Dynamic Strain Ageing Effects of Iron during Tensile Pre-Deformation," Nanomaterials, vol. 11, no. 1, p. 71, Dec. 2020, doi: 10.3390/nano11010071.
- J. R. Bowler, Y. Huang, H. Sun, J. M. Brown, and N. Bowler, "Alternating current potential-drop measurement of the depth of case hardening in steel rods," Measurement Science and Technology, vol. 19, no. 7, p. 075204, Jun. 2008, doi: 10.1088/0957-0233/19/7/075204.
- 26. J. Zhao, W. Fei, P. Huang, T. Lu, and K. W. Xu, "Depth dependent strain rate sensitivity and inverse indentation size effect of hardness in body-centered cubic nanocrystalline metals," Materials Science and Engineering: A, vol. 615, pp. 87–91, Oct. 2014, doi: 10.1016/j.msea.2014.07.057.
- 27. *W. Yan, A. Amini, and Q. Sun,* "On anomalous depthdependency of the hardness of NiTi shape memory alloys in spherical nanoindentation," Journal of Materials Research, vol. 28, no. 15, pp. 2031–2039, Jul. 2013, doi: 10.1557/jmr.2013.184.
- 28. *M. Hebbache,* "Nanoindentation: Depth dependence of silicon hardness studied within contact theory," Physical Review, vol. 68, no. 12, Sep. 2003, doi: 10.1103/physrevb.68.125310.
- 29. *Гуляев А. П.* Металловедение. Учебник для втузов. 6-е изд., перераб. и доп. / А.П Гуляев. – М.: Металлургия, 1986. – 544 с.
- 30. *Schneider G*. Cutting Tool Applications. ASM International, 2002. 234 p.
- S. Nestorovic, D. Markovic, and L. Ivanic, "Influence of degree of deformation in rolling on anneal hardening effect of a cast copper alloy," Bulletin of Materials Science, vol. 26, no. 6, pp. 601–604, Oct. 2003, doi: 10.1007/bf02704322.
- P.Hidalgo-Manrique, X. Lei, R. Xu, M. Zhou, I. A. Kinloch, and R. J. Young, "Copper/graphene composites: a review," Journal of Materials Science, vol. 54, no. 19, pp. 12236–12289, Jun. 2019, doi: 10.1007/s10853-019-03703-5.
- S. H. De Souza, A. F. Padilha, and A. M. Kliauga, "Softening behavior during annealing of overaged and cold-rolled aluminum alloy 7075," Materials Research-ibero-american Journal of Materials, vol. 22, no. 3, Jan. 2019, doi: 10.1590/1980-5373-mr-2018-0666.

- 34. R. Chen, H.-Y. Chu, C.-C. Lai, and C.-T. Wu, "Effects of annealing temperature on the mechanical properties and sensitization of 5083-H116 aluminum alloy," Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials: Design and Applications, vol. 229, no. 4, pp. 339–346, Nov. 2013, doi: 10.1177/1464420713512249.
- 35. *Z. Dugar et al.*, "Determination of recrystallization temperature of varying degrees formed aluminium, by DMTA technique," International Journal of Mechanical and Mechatronics Engineering, vol. 9, no. 3, pp. 253–256, May 2015, [Online]. Available: https://waset.org/Publication/determination-ofrecrystallization-temperature-of-varying-degreesformed-aluminium-by-dmta-technique/10001334
- 36. *B. Evans and C. Gotze*, "The temperature variation of hardness of olivine and its implication for polycrystalline yield stress," Journal of Geophysical Research, vol. 84, no. B10, pp. 5505–5524, Sep. 1979, doi: 10.1029/jb084ib10p05505.
- 37. *Маслов Е.Н.* Теория шлифования материалов/ Е.Н. Маслов. М.: Машиностроение, 1974. 320 с.
- *L. Konya and K. Varadi,* "Wear simulation of a polymer-steel sliding pair considering temperatureand time-dependent material properties," in Tribology and Interface Engineering Series, 2008, pp. 130–145. doi: 10.1016/s1572-3364(08)55007-5.
- 39. *H. Wang, S. Jiang, and Z. Shen,* "The dynamic analysis of an energy storage flywheel system with hybrid bearing support," Journal of Vibration and Acoustics, vol. 131, no. 5, Sep. 2009, doi: 10.1115/1.3147128.

- 40. C. Tang, X. Dai, X.-Z. Zhang, and L. Jiang, "Rotor dynamics analysis and experiment study of the flywheel spin test system," Journal of Mechanical Science and Technology, vol. 26, no. 9, pp. 2669–2677, Sep. 2012, doi: 10.1007/ s12206-012-0717-8.
- 41. *C. Tang, D. Han, and J. Yang,* "Rubbing dynamics behavior of a flywheel shafting with a single point flexible support," Journal of Vibroengineering, vol. 19, no. 6, pp. 4138–4154, Sep. 2017, doi: 10.21595/ jve.2017.18480.
- C. Tang, B. Su, and X. Liu, "Dynamics research of a flywheel shafting with PMB and a single point flexible support," Journal of Vibroengineering, vol. 21, no. 7, pp. 1819–1835, Nov. 2019, doi: 10.21595/ jve.2019.20675.
- Q. Liu, C. Tang, T.-W. Wu, and Y. Bai, "Influence of pivot support stiffness on dynamic characteristics of vertical rotor system," Journal of Vibroengineering, vol. 25, no. 6, pp. 1040–1052, Aug. 2023, doi: 10.21595/jve.2023.23136.
- 44. *Byrd P.F., Friedman M.D.* Handbook of Elliptic Integrals for Engineers and Scientists. Springer-Verlag, Berlin, 1971
- Хебда М., Чичинадзе А.В. Справочник по триботехнике. Том 1. Теоретические основы / М. Хебда, А.В. Чичинадзе. – М.: Машиностроение, 1989.
- 46. J. J. Kauzlarich, K. G. Bhatia, and H. W. Streitman, "Effect of wear on pivot thrust bearings," A S L E Transactions, vol. 9, no. 3, pp. 257–263, Jan. 1966, doi: 10.1080/05698196608972142.

## IMPROVING THE QUALITY OF THE COMPUTER MODEL OF THE WEAR OF AN AXISYMMETRIC FRICTION PAIR BY INCREASING ITS ADEQUACY

© 2024 D.N. Zhuravlyov, A.I. Borovkov

# Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia

The article describes the process of improving the quality of a computer model of wear based on Archard's law for an axisymmetric friction pair. One of the most common representatives of such friction pairs are pivot jewel bearings, used both in measuring instruments and in various rotary systems. The quality metric of the mathematical model under consideration is its adequacy – the level of compliance with the real process. As measures to improve the adequacy of the model, consideration is given to the dependencies of the model parameters that change during the wear process, and a method is proposed for modifying the original model to be able to calculate wear on the axis of rotation of a friction pair. Examples are given based on numerical modeling of wear-contact problems for friction pairs with known analytical estimates of the amount of wear, showing the importance of taking into account the above parameters and phenomena. Numerical simulation of the wear process was carried out in the ANSYS Mechanical CAE system. The use of a more adequate computer model of the wear process in the design of critical components of the units will improve the quality of the final product.

Keywords: quality improvement, adequacy, computer model, wear-contact problem.

DOI: 10.37313/1990-5378-2024-26-3-84-92 EDN: CJMYPN

#### REFERENCES

1. Borovkov, A.I. Novaya paradigma cifrovogo proektirovaniya i modelirovaniya global'no konkurentnosposobnoj produkcii novogo pokoleniya. Cifrovoe proizvodstvo: metody, ekosistemy, tekhnologii. Rabochij doklad departamenta korporativnogo obucheniya Moskovskoj shkoly upravleniya Skolkovo / A.I. Borovkov, YU.A. Ryabov, V.M. Maruseva. – 2018. – S.24-44,

 N.S. Rodionov and L.I. Tatarnikova, "Digital twin technology as a modern approach to quality management," E3S Web of Conferences, vol. 284, p. 04013, Jan. 2021, doi:10.1051/e3sconf/202128404013.

- 3. ISO 9000:2015. Quality management systems. Fundamentals and vocabulary
- H. Scholten and A. J. U. T. Cate, "Quality assessment of the simulation modeling process," Computers and Electronics in Agriculture, vol. 22, no. 2–3, pp. 199– 208, Apr. 1999, doi: 10.1016/s0168-1699(99)00018-6.
- 5. GOST R 57700.37-2021. Komp'yuternye modeli i modelirovanie. Cifrovye dvojniki izdelij. Obshchie polozheniya
- 6. *J. F. Archard*, "Contact and rubbing of flat surfaces," Journal of Applied Physics, vol. 24, no. 8, pp. 981–988, Aug. 1953, doi: 10.1063/1.1721448.
- J.F. Archard and W. P. Hirst, "The wear of metals under unlubricated conditions," Proceedings of the Royal Society of London, vol. 236, no. 1206, pp. 397–410, Aug. 1956, doi: 10.1098/rspa.1956.0144.
- 8. Theory Reference. ANSYS Inc. 2020
- 9. V. Hegadekatte, S. Kurzenhauser, N. Huber, and O. Kraft, "A predictive modeling scheme for wear in tribometers," Tribology International, vol. 41, no. 11, pp. 1020–1031, Nov. 2008, doi: 10.1016/j. triboint.2008.02.020.
- P. Podra and S. Andersson, "Simulating sliding wear with finite element method," Tribology International, vol. 32, no. 2, pp. 71–81, Feb. 1999, doi: 10.1016/ s0301-679x(99)00012-2.
- 11. A. Soderberg and S. Andersson, "Simulation of wear and contact pressure distribution at the pad-torotor interface in a disc brake using general purpose finite element analysis software," Wear, vol. 267, no. 12, pp. 2243–2251, Dec. 2009, doi: 10.1016/j. wear.2009.09.004.
- X. Dai, K. Zhang, and C. Tang, "Friction and wear of pivot jewel bearing in oil-bath lubrication for high rotational speed application," Wear, vol. 302, no. 1–2, pp. 1506–1513, Apr. 2013, doi: 10.1016/j. wear.2013.01.032.
- 13. *A. Bastola, D. Stewart, and D. Dini,* "Three-dimensional finite element simulation and experimental validation of sliding wear," Wear, vol. 504–505, p. 204402, Sep. 2022, doi: 10.1016/j.wear.2022.204402.
- 14. A. Amini, W. Yan, and Q. Sun, "Depth dependency of indentation hardness during solid-state phase transition of shape memory alloys," Applied Physics Letters, vol. 99, no. 2, Jul. 2011, doi: 10.1063/1.3603933.
- F. Alisafaei and C. E. Han, "Indentation depth dependent mechanical behavior in polymers," Advances in Condensed Matter Physics, vol. 2015, pp. 1–20, Jan. 2015, doi: 10.1155/2015/391579.
- 16. F. Alisafaei, C. E. Han, and S. H. R. Sanei, "On the time and indentation depth dependence of hardness, dissipation and stiffness in polydimethylsiloxane," Polymer Testing, vol. 32, no. 7, pp. 1220–1228, Oct. 2013, doi: 10.1016/j.polymertesting.2013.07.013.
- H. Gao, Y. Huang, and W. D. Nix, "Modeling plasticity at the micrometer scale," The Science of Nature, vol. 86, no. 11, pp. 507–515, Nov. 1999, doi: 10.1007/ s001140050665.
- S. Kucharski, D. M. Jarzabek, P. Anna, and S. Wozniacka, "Decrease of nano-hardness at ultra-low indentation depths in copper single crystal," Experimental Mechanics, Nov. 2015, doi: 10.1007/s11340-015-0105-2.
- 19. Y. Liu and A. H. W. Ngan, "Depth dependence of hardness in copper single crystals measured by

nanoindentation," Scripta Materialia, vol. 44, no. 2, pp. 237–241, Feb. 2001, doi: 10.1016/s1359-6462(00)00598-4.

- P. Zhu, Y. Zhao, S. Agarwal, J. Henry, and S. J. Zinkle, "Toward accurate evaluation of bulk hardness from nanoindentation testing at low indent depths," Materials & Design, vol. 213, p. 110317, Jan. 2022, doi: 10.1016/j.matdes.2021.110317.
- 21. X. Xiao, Q. Chen, H. Yang, H. Duan, and J. Qu, "A mechanistic model for depth-dependent hardness of ion irradiated metals," Journal of Nuclear Materials, vol. 485, pp. 80–89, Mar. 2017, doi: 10.1016/j. jnucmat.2016.12.039.
- 22. *Terent'ev V.F., Michugina M.S., Kolmakov A.G., Kvedaras V., Ciuplys V., Ciuplys A., Vilys J.* The effect of nitriding on fatigue strength of structural alloys. Mechanika, 64 (2), 2007.
- R. Sagaro, J. S. Ceballos, A. B. Ortega, and J. Mascarell, "Tribological behaviour of line hardening of steel U13A with Nd:YAG laser," Wear, vol. 225–229, pp. 575–580, Apr. 1999, doi: 10.1016/s0043-1648(99)00080-0.
- 24. L. Veleva, P. Hahner, A. Dubinko, T. Khvan, D. Terentyev, and A. Ruiz, "Depth-Sensing Hardness Measurements to Probe Hardening Behaviour and Dynamic Strain Ageing Effects of Iron during Tensile Pre-Deformation," Nanomaterials, vol. 11, no. 1, p. 71, Dec. 2020, doi: 10.3390/nano11010071.
- J. R. Bowler, Y. Huang, H. Sun, J. M. Brown, and N. Bowler, "Alternating current potential-drop measurement of the depth of case hardening in steel rods," Measurement Science and Technology, vol. 19, no. 7, p. 075204, Jun. 2008, doi: 10.1088/0957-0233/19/7/075204.
- 26. J. Zhao, W. Fei, P. Huang, T. Lu, and K. W. Xu, "Depth dependent strain rate sensitivity and inverse indentation size effect of hardness in body-centered cubic nanocrystalline metals," Materials Science and Engineering: A, vol. 615, pp. 87–91, Oct. 2014, doi: 10.1016/j.msea.2014.07.057.
- 27. *W. Yan, A. Amini, and Q. Sun,* "On anomalous depthdependency of the hardness of NiTi shape memory alloys in spherical nanoindentation," Journal of Materials Research, vol. 28, no. 15, pp. 2031–2039, Jul. 2013, doi: 10.1557/jmr.2013.184.
- M. Hebbache, "Nanoindentation: Depth dependence of silicon hardness studied within contact theory," Physical Review, vol. 68, no. 12, Sep. 2003, doi: 10.1103/physrevb.68.125310.
- Gulyaev A.P. Metallovedenie. Uchebnik dlya vtuzov.
   6-e izd., pererab. i dop. / A.P Gulyaev. M.: Metallurgiya, 1986. – 544 s.
- 30. *Schneider G*. Cutting Tool Applications. ASM International, 2002. 234 p.
- S. Nestorovic, D. Markovic, and L. Ivanic, "Influence of degree of deformation in rolling on anneal hardening effect of a cast copper alloy," Bulletin of Materials Science, vol. 26, no. 6, pp. 601–604, Oct. 2003, doi: 10.1007/bf02704322.
- P.Hidalgo-Manrique, X. Lei, R. Xu, M. Zhou, I.A. Kinloch, and R. J. Young, "Copper/graphene composites: a review," Journal of Materials Science, vol. 54, no. 19, pp. 12236–12289, Jun. 2019, doi: 10.1007/s10853-019-03703-5.
- 33. S. H. De Souza, A. F. Padilha, and A. M. Kliauga, "Softening behavior during annealing of overaged

and cold-rolled aluminum alloy 7075," Materials Research-ibero-american Journal of Materials, vol. 22, no. 3, Jan. 2019, doi: 10.1590/1980-5373-mr-2018-0666.

- 34. R. Chen, H.-Y. Chu, C.-C. Lai, and C.-T. Wu, "Effects of annealing temperature on the mechanical properties and sensitization of 5083-H116 aluminum alloy," Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials: Design and Applications, vol. 229, no. 4, pp. 339–346, Nov. 2013, doi: 10.1177/1464420713512249.
- 35. Z. Dugar et al., "Determination of recrystallization temperature of varying degrees formed aluminium, by DMTA technique," International Journal of Mechanical and Mechatronics Engineering, vol. 9, no. 3, pp. 253–256, May 2015, [Online]. Available: https://waset.org/Publication/determination-ofrecrystallization-temperature-of-varying-degreesformed-aluminium-by-dmta-technique/10001334
- 36. B. Evans and C. Gotze, "The temperature variation of hardness of olivine and its implication for polycrystalline yield stress," Journal of Geophysical Research, vol. 84, no. B10, pp. 5505–5524, Sep. 1979, doi: 10.1029/jb084ib10p05505.
- 37. *Maslov E.N.* Teoriya shlifovaniya materialov /E.N. Maslov. – M.: Mashinostroenie, 1974. – 320 s.
- 38. L. Konya and K. Varadi, "Wear simulation of a polymer–steel sliding pair considering temperatureand time-dependent material properties," in Tribology and Interface Engineering Series, 2008, pp. 130–145. doi: 10.1016/s1572-3364(08)55007-5.
- 39. *H. Wang, S. Jiang, and Z. Shen,* "The dynamic analysis of an energy storage flywheel system with hybrid

bearing support," Journal of Vibration and Acoustics, vol. 131, no. 5, Sep. 2009, doi: 10.1115/1.3147128.

- C. Tang, X. Dai, X.-Z. Zhang, and L. Jiang, "Rotor dynamics analysis and experiment study of the flywheel spin test system," Journal of Mechanical Science and Technology, vol. 26, no. 9, pp. 2669– 2677, Sep. 2012, doi: 10.1007/s12206-012-0717-8.
- 41. *C. Tang, D. Han, and J. Yang,* "Rubbing dynamics behavior of a flywheel shafting with a single point flexible support," Journal of Vibroengineering, vol. 19, no. 6, pp. 4138–4154, Sep. 2017, doi: 10.21595/jve.2017.18480.
- 42. *C. Tang, B. Su, and X. Liu*, "Dynamics research of a flywheel shafting with PMB and a single point flexible support," Journal of Vibroengineering, vol. 21, no. 7, pp. 1819–1835, Nov. 2019, doi: 10.21595/ jve.2019.20675.
- Q. Liu, C. Tang, T.-W. Wu, and Y. Bai, "Influence of pivot support stiffness on dynamic characteristics of vertical rotor system," Journal of Vibroengineering, vol. 25, no. 6, pp. 1040–1052, Aug. 2023, doi: 10.21595/jve.2023.23136.
- 44. *Byrd P.F., Friedman M.D.* Handbook of Elliptic Integrals for Engineers and Scientists. Springer-Verlag, Berlin, 1971
- Hebda M., Chichinadze A.V. Spravochnik po tribotekhnike. Tom 1. Teoreticheskie osnovy / M. Hebda, A.V. Chichinadze. – M.: Mashinostroenie, 1989.
- 46. J. J. Kauzlarich, K. G. Bhatia, and H. W. Streitman, "Effect of wear on pivot thrust bearings," A S L E Transactions, vol. 9, no. 3, pp. 257–263, Jan. 1966, doi: 10.1080/05698196608972142.

Dmitriy Zhuravlyov, Graduate Student. E-mail: zhuravlev@compmechlab.ru Alexey Borovkov, Candidate of Technics, Professor at the "Mechanics and Control Processes" High School. E-mail: borovkov@compmechlab.ru